



RISORSE DIDATTICHE.



[ResearchGate Project](#) By ... 0000-0001-5086-7401 & [Inkd.in/erZ48tm](https://www.linkedin.com/in/inkd.in/erZ48tm)



.....



.....



7

Le frazioni

LA FRAZIONE E L'UNITÀ FRAZIONARIA



Quanti modi esistono per dividere questo cerchio in **3 parti**?

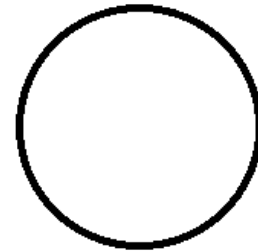


.....

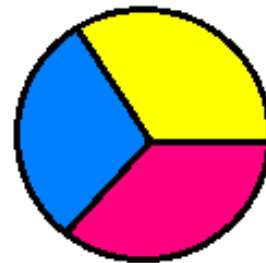


L'unità frazionaria

E quanti modi esistono per dividere lo stesso cerchio in **3 parti uguali**?



Uno ed un solo modo!



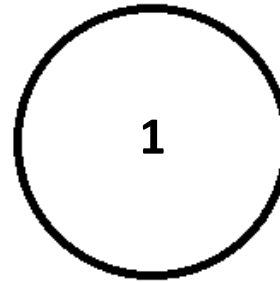
Le parti uguali si chiamano **unità frazionarie**.



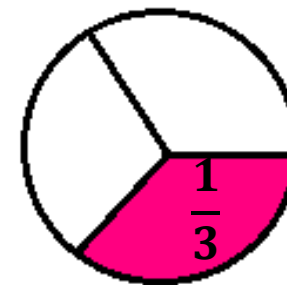
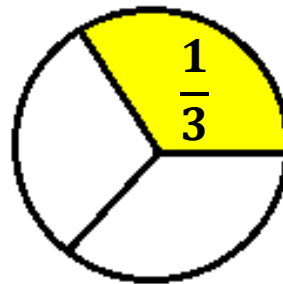
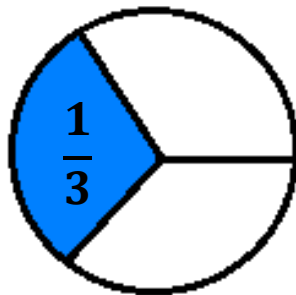
L'unità frazionaria



Il cerchio rappresenta l'intero:



Ciascuna delle 3 parti uguali rappresenta l'unità frazionaria:



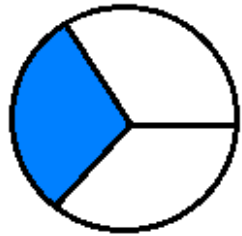
↪ L'**unità frazionaria** è una sola delle parti uguali in cui è diviso l'intero.



Dall'unità frazionaria alla frazione

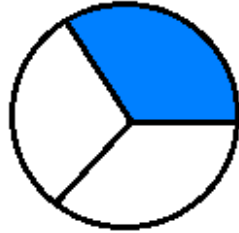


Quante unità frazionarie dobbiamo usare per colorare **2 delle 3 parti uguali** del cerchio?



$$\frac{1}{3}$$

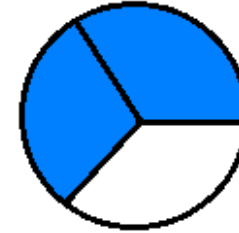
+



$$\frac{1}{3}$$

+

=



$$\frac{2}{3}$$

=

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{3} = 2 \times \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

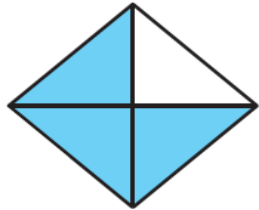
La somma delle **2 unità frazionarie** $\frac{1}{3}$ è la frazione $\frac{2}{3}$



La **frazione** individua una o più porzioni di un oggetto (l'«intero») diviso in parti uguali.



La frazione



3
—
4

numeratore

linea di frazione

denominatore

Numeratore e denominatore sono detti **termini** della frazione:

- Il **denominatore** 4 indica il numero di parti uguali in cui è stato diviso l'intero;
- Il **numeratore** 3 indica il numero di parti prese in considerazione.



Ora prova tu!

Immaginate di avere **2 tavolette** di cioccolato da dover dividere in parti uguali fra **3 ragazzi**.

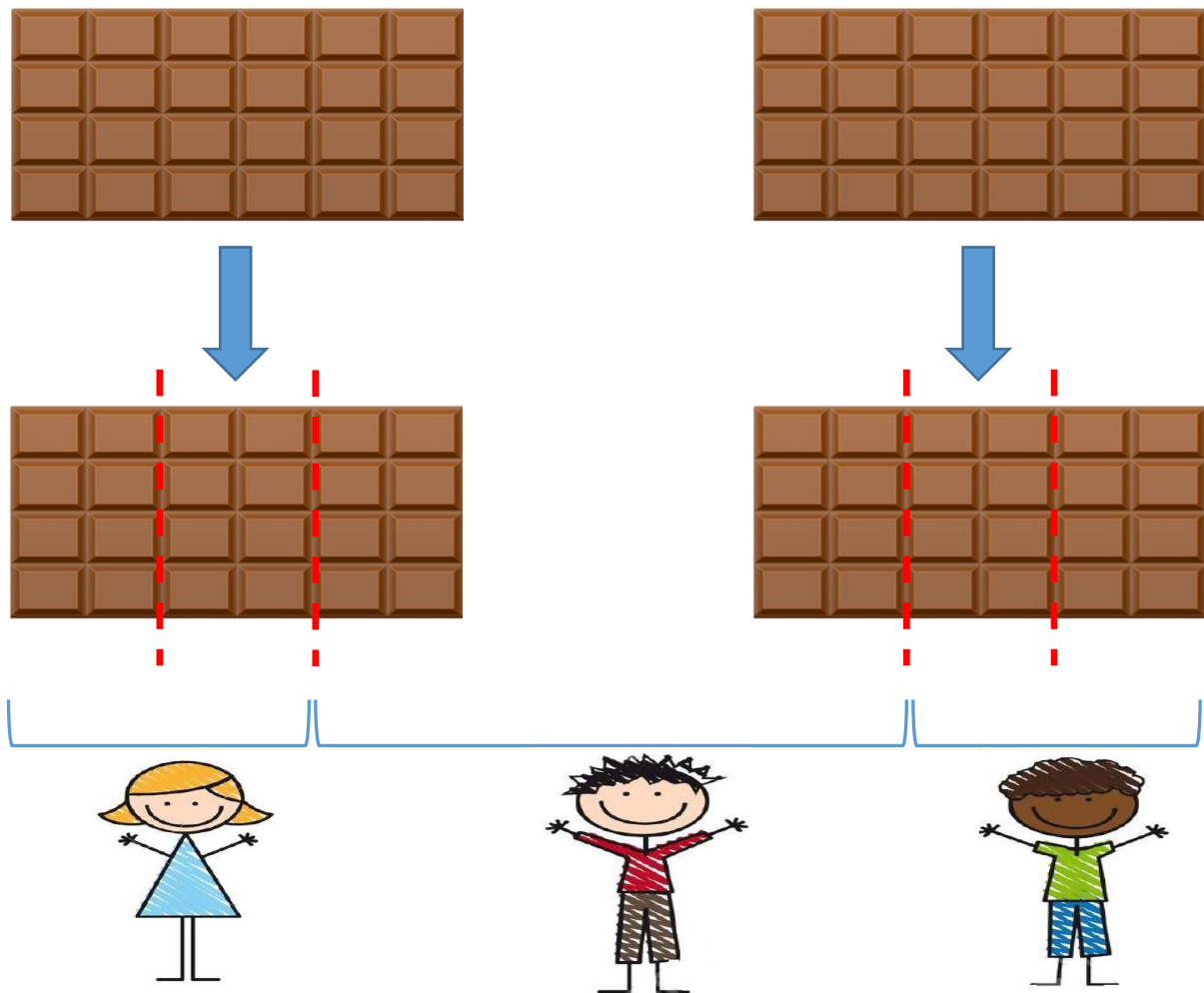
Quanto cioccolato spetterà a ciascuno?





Ora prova tu!

Ecco la soluzione:



Dividiamo ciascuna tavoletta in **3** parti uguali

A ciascun ragazzo spetteranno **2** parti!

$$\frac{2}{3}$$

CALCOLARE LA FRAZIONE DI UN INTERO



Se consideriamo come **intero** l'insieme di **15 matite**, per trovare i suoi $\frac{2}{3}$ usiamo il calcolo:

$$\frac{2}{3} \text{ di } 15 = 15 : 3 \times 2 = 5 \times 2 = 10 \text{ matite}$$

10 è quindi il valore di $\frac{2}{3}$ dell'insieme di **15 matite**.

La **frazione di un intero** si ottiene:

- dividendo l'**intero** per il **denominatore**;
- moltiplicando il risultato ottenuto per il **numeratore**.



Problemi con le frazioni

- **Caso <<diretto>>:** ricerchiamo il valore della parte, dati l'intero e la frazione.

Per raggiungere la scuola ogni mattina Andrea percorre **6 km**, incontrando Emma ai $\frac{2}{3}$ del tragitto.
Quanti km Andrea avrà percorso quando incontrerà Emma?



DATI

OBIETTIVO

frazione

intero

parte

$\frac{2}{3}$

6

?

$$\frac{2}{3} \text{ di } 6 = 6 : 3 \times 2 = 4$$

Andrea incontrerà Emma dopo aver percorso **4 km**.



Problemi con le frazioni

- **Caso <<inverso>>**: ricerchiamo il valore dell'intero, dati la parte e la frazione.

Andrea sta andando come ogni mattina a scuola e ha già percorso $\frac{2}{3}$ del tragitto, ovvero **4 km**, quando incontra Emma. **Quanto è lungo l'intero tragitto?**



DATI

OBIETTIVO

frazione

parte

intero

$\frac{2}{3}$

4

?

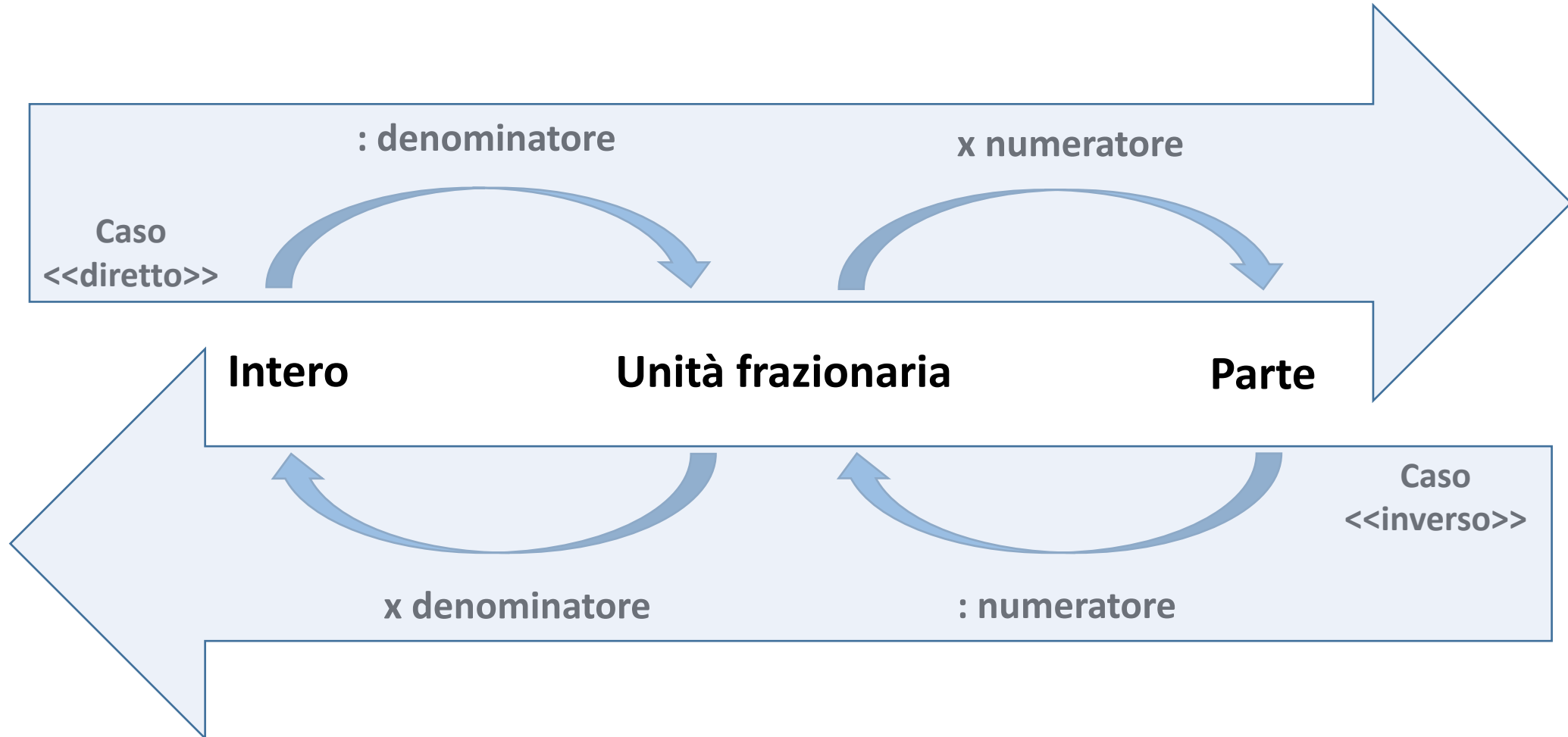
$$4 : \frac{2}{3} = 4 \times \frac{3}{2} = 2 \times 3 = 6$$

L'intero tragitto che Andrea percorre per giungere a scuola è lungo **6 km**.



Problemi con le frazioni

Relazione fra caso <<diretto>> e <<inverso>>





Frazioni proprie

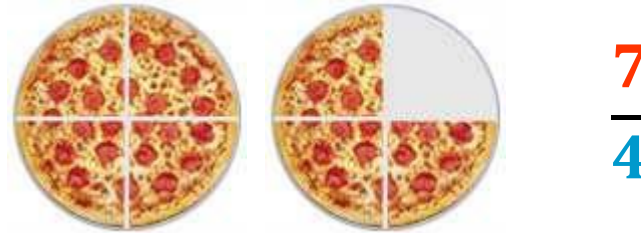


La frazione $\frac{3}{4}$ ci dice di dividere l'intero in **4 parti uguali** e di considerarne **3**.

↙ Le **frazioni proprie** rappresentano una **quantità minore dell'intero**.
Il **numeratore** è **minore** del **denominatore**.



Frazioni improprie




La frazione $\frac{7}{4}$ ci dice di dividere l'intero in **4 parti uguali** e... di prenderne **7**.

Come facciamo?

Non ci basta una sola pizza!

Dobbiamo dividerne **2** in **4 parti uguali** ($4 + 4 = 8$ parti), e prenderne **7** (4 dalla prima e 3 dalla seconda).


 Le **frazioni improprie** rappresentano una **quantità maggiore o uguale all'intero**.
 Il **numeratore** è maggiore o uguale al **denominatore**.



Frazioni apparenti



La frazione $\frac{8}{4}$ ci dice di dividere l'intero in **4 parti uguali** e... di prenderne **8**.

Come facciamo?

Come prima! Dobbiamo dividerne **2** in **4 parti uguali** e questa volta prenderle tutte e **8**.
Ma ciò significa prendere tutte e due le pizze intere! Quindi la frazione $\frac{8}{4}$ è **2 volte l'intero**.

Le **frazioni apparenti** rappresentano una **quantità multipla dell'intero**.
Sono frazioni improprie il cui **numeratore** è **multiplo** del **denominatore**.



Frazioni particolari



- **Frazioni con denominatore 1:** $\frac{2}{1}$, $\frac{3}{1}$, $\frac{5}{1}$...

Il valore della frazione è uguale al **numeratore**: $\frac{4}{1} = 4 : 1 = 4$

- **Frazioni con numeratore e denominatore uguali:** $\frac{15}{15}$, $\frac{6}{6}$, $\frac{2}{2}$...

Il valore della frazione è **1**: $\frac{4}{4} = 4 : 4 = 1$

- **Frazioni con numeratore 0:** $\frac{0}{4}$, $\frac{0}{7}$, $\frac{0}{10}$...

Il valore della frazione è **0**: $\frac{0}{4} = 0 : 4 = 0$



Frazioni particolari



- Frazioni con denominatore 0: $\frac{2}{0}$, $\frac{3}{0}$, $\frac{5}{0}$...

La frazione non ha significato: $\frac{4}{0} = 4 : 0$ impossibile

- Frazione con numeratore e denominatore 0: $\frac{0}{0}$

La frazione è indeterminata: $\frac{0}{0} = 0 : 0$ indeterminata

FRAZIONI EQUIVALENTI

 $\frac{1}{3}$  $\frac{2}{6}$  $\frac{4}{12}$ 

$$\frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{4}{12}$$



Due o più frazioni sono **equivalenti** se rappresentano la stessa parte dell'intero.

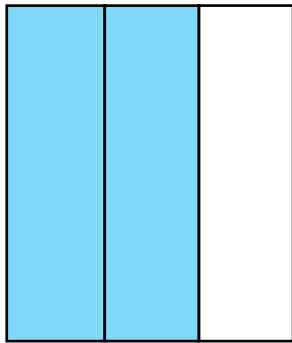


Ora prova tu!

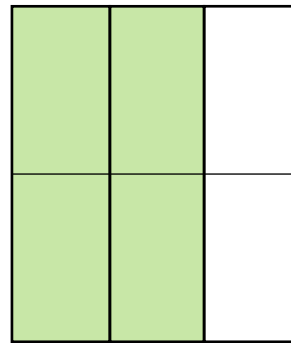
Tre imbianchini stanno pitturando tre pareti uguali ricoprendone rispettivamente

$$\frac{2}{3}, \frac{4}{6} \text{ e } \frac{6}{9}.$$

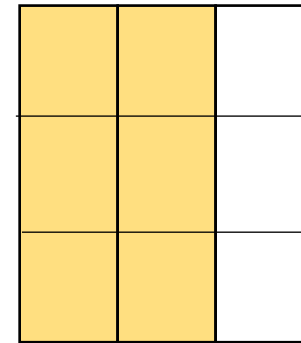
Chi ha lavorato di più finora?



$$\frac{2}{3}$$



$$\frac{4}{6}$$



$$\frac{6}{9}$$



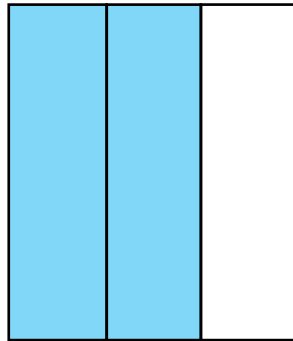


Ora prova tu!

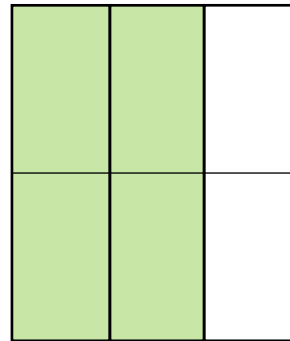
Tre imbianchini stanno pitturando tre pareti uguali ricoprendone rispettivamente

$$\frac{2}{3}, \frac{4}{6} \text{ e } \frac{6}{9}.$$

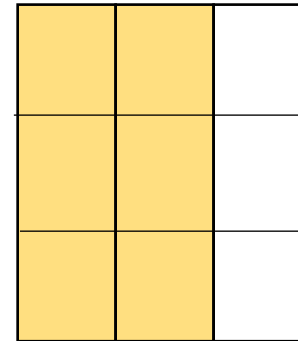
Chi ha lavorato di più finora?



$$\frac{2}{3}$$



$$\frac{4}{6}$$



$$\frac{6}{9}$$



I tre imbianchini hanno pitturato la stessa parte dell'intera parete, quindi hanno fatto lo stesso lavoro!

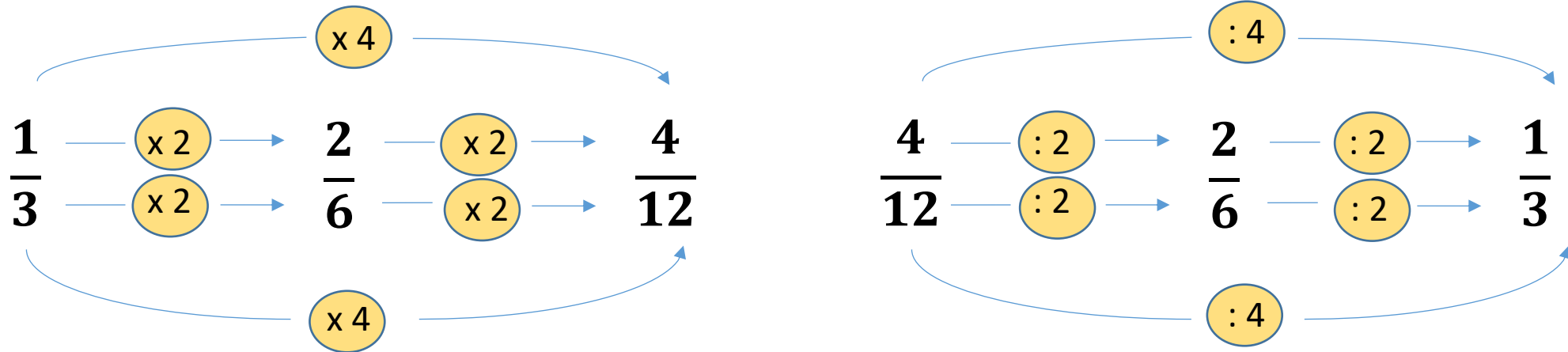
Le frazioni $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{6}$ e $\frac{6}{9}$ sono **equivalenti**!



Passare da una frazione a un'altra equivalente



Osservando le **tre frazioni equivalenti**, notiamo che:



per ottenere frazioni equivalenti, si moltiplicano o dividono per uno stesso numero numeratore e denominatore.

NUMERI RAZIONALI



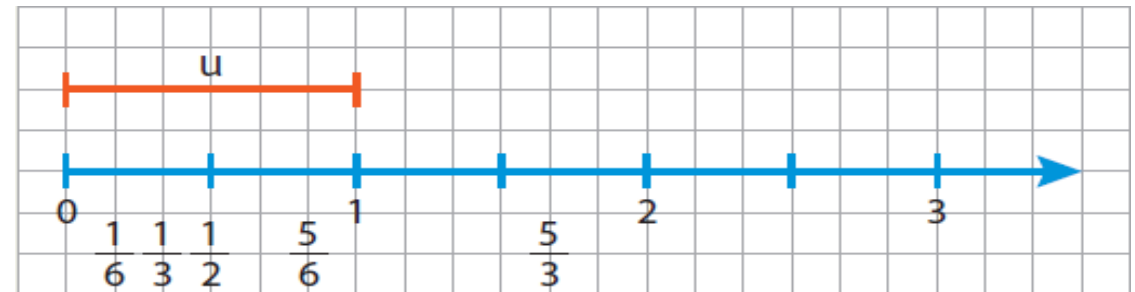
Le **frazioni** sono un modo di esprimere i **numeri**: ogni frazione e tutte le frazioni a essa equivalenti hanno un unico valore dato dalla **divisione** tra numeratore e denominatore.

I numeri così ottenuti sono detti
numeri razionali.

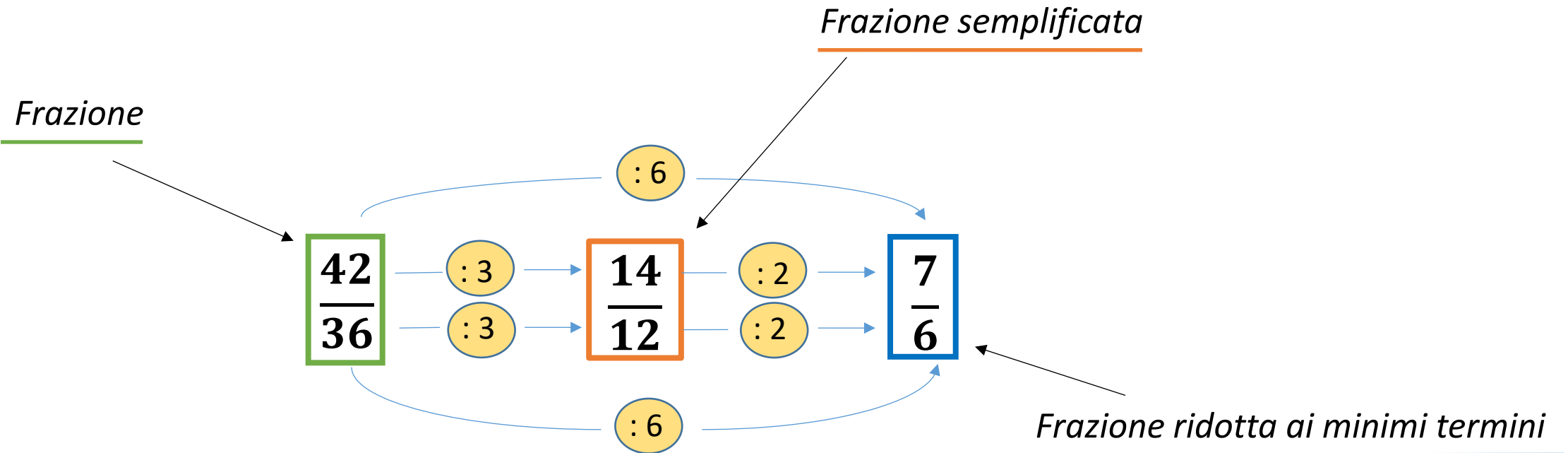
Esempio: $\frac{1}{2}$ e tutte le frazioni a essa equivalenti $\left\{ \frac{1}{2}; \frac{2}{4}; \frac{3}{6}; \frac{4}{8}; \dots \right\}$ sono uguali a **0,5**.

Anche i numeri razionali possono essere rappresentati sulla **semiretta orientata**:

Rappresentiamo le frazioni $\frac{1}{2}; \frac{1}{3}; \frac{1}{6}; \frac{5}{6}; \frac{5}{3}$.



SEMPLIFICAZIONE DI FRAZIONI



- **Semplificare una frazione** vuol dire dividere numeratore e denominatore per uno stesso numero, ottenendo una frazione equivalente ma con termini più piccoli.
- Si può andare avanti finché è possibile trovare un divisore comune.
- La **frazione è ridotta ai minimi termini** quando numeratore e denominatore non hanno più divisori comuni: si dice che **non è più riducibile**. Per ottenere questo risultato basta dividere entrambi i termini per il loro **M.C.D.**

Ora prova tu!

In un ostello della gioventù ci sono **12** studenti europei su un totale di **18**.

Quindi gli studenti europei sono $\frac{12}{18}$ del totale.

Si può scrivere questa frazione usando numeri più piccoli?





Ora prova tu!

In un ostello della gioventù ci sono **12** studenti europei su un totale di **18**.

Quindi gli studenti europei sono $\frac{12}{18}$ del totale.

Si può scrivere questa frazione usando numeri più piccoli?

Certo! Osserva:

$$\frac{12}{18} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$

Come abbiamo operato?

$$\begin{array}{ccccc} & & :6 & & \\ & \curvearrowright & & \curvearrowleft & \\ \mathbf{12} & \text{---} :2 \text{---} \rightarrow & \mathbf{6} & \text{---} :3 \text{---} \rightarrow & \mathbf{2} \\ \mathbf{18} & \text{---} :2 \text{---} \rightarrow & \mathbf{9} & \text{---} :3 \text{---} \rightarrow & \mathbf{3} \\ & \curvearrowleft & & \curvearrowright & \\ & & :6 & & \end{array}$$





Ridurre due frazioni al minimo comune denominatore (**m.c.d.**) significa trasformarle in altre a esse equivalenti con denominatore il m.c.m. tra i denominatori, cioè il m.c.d.

Si deve:

- a.** trovare il m.c.d. e porlo al denominatore delle «nuove» frazioni:

$$\frac{5}{8} \text{ e } \frac{7}{12} \qquad \frac{\dots}{24} \text{ e } \frac{\dots}{24}$$

$$\text{m.c.m. (8; 12)} = 24$$

- b.** dividere il m.c.d. per i «vecchi» denominatori e moltiplicare i quozienti ottenuti per i numeratori:

$$24 : 8 = 3 \text{ e } 24 : 12 = 2 \qquad 3 \times 5 = 15 \text{ e } 2 \times 7 = 14$$

- c.** sostituire i prodotti ottenuti ai numeratori delle rispettive frazioni date:

$$\frac{15}{24} \text{ e } \frac{14}{24}$$

frazioni ridotte al m.c.d.

CONFRONTO TRA FRAZIONI



Confrontare due frazioni significa stabilire se la prima ha un valore uguale, minore o maggiore della seconda.



Frazioni con lo stesso denominatore

Osserva: $\frac{2}{6} < \frac{3}{6} < \frac{4}{6}$

Perché?



↘ Tra frazioni con **stesso denominatore** è maggiore quella con numeratore maggiore.

 Frazioni con lo stesso numeratore

Osserva: $\frac{1}{3} > \frac{1}{4} > \frac{1}{6}$

Perché?

$\frac{1}{3}$



$\frac{1}{4}$



$\frac{1}{6}$



↘ Tra frazioni con **stesso numeratore**
è maggiore quella con denominatore minore.

Frazioni proprie e improprie

Osserva: $\frac{5}{6} < \frac{7}{5}$ $\frac{8}{3} > \frac{9}{10}$

Perché?

Ogni **frazione propria** ha sempre valore < 1 :

$$\frac{5}{6} \longrightarrow 5 : 6 < 1$$

$$\frac{9}{10} \longrightarrow 9 : 10 < 1$$

Ogni **frazione impropria** ha sempre valore ≥ 1 :

$$\frac{7}{5} \longrightarrow 7 : 5 > 1$$

$$\frac{8}{3} \longrightarrow 8 : 3 > 1$$

→ Una frazione **propria** è sempre minore di una **impropria**.

Frazioni con numeratore e denominatore differenti

Osserva: $\frac{3}{4} < \frac{5}{6}$ oppure $\frac{3}{4} > \frac{5}{6}$?

PASSO 1:

m.c.m. (4; 6) = **12** \longrightarrow $\frac{3}{4} = \frac{\dots}{12}$ $\frac{5}{6} = \frac{\dots}{12}$ \longrightarrow $\frac{3}{4} = \frac{9}{12}$ $\frac{5}{6} = \frac{10}{12}$

Diagram illustrating the conversion of fractions to a common denominator of 12. For $\frac{3}{4}$, a blue arrow labeled $\times 3$ points from the denominator 4 to 12, and another blue arrow labeled $\times 3$ points from the numerator 3 to 9. For $\frac{5}{6}$, a blue arrow labeled $\times 2$ points from the denominator 6 to 12, and another blue arrow labeled $\times 2$ points from the numerator 5 to 10.

PASSO 2:

$\frac{9}{12} < \frac{10}{12}$ Quindi: $\frac{3}{4} < \frac{5}{6}$

Per confrontare frazioni con **numeratore e denominatore differenti**:

1. le trasformiamo in frazioni equivalenti aventi lo stesso denominatore (riduzione al **minimo comune denominatore**);
2. confrontiamo le frazioni ottenute: la frazione maggiore sarà quella con numeratore maggiore.

Ora prova tu!

Anna e Marco hanno acquistato lo stesso libro. Anna ne ha letti $\frac{3}{4}$ e Marco $\frac{2}{3}$.

Chi ha letto più pagine?





Ora prova tu!

Anna e Marco hanno acquistato lo stesso libro. Anna ne ha letti $\frac{3}{4}$ e Marco $\frac{2}{3}$.

Chi ha letto più pagine?

PASSO 1:

$$\text{m.c.m. (4; 3) = 12} \longrightarrow \frac{3}{4} = \frac{\dots}{12} \quad \frac{2}{3} = \frac{\dots}{12} \longrightarrow$$

$$\begin{array}{ccc} & \times 3 & \\ \text{3} & \xrightarrow{\quad} & \text{9} \\ \hline \frac{3}{4} & = & \frac{9}{12} \\ & \xleftarrow{\quad} & \\ & \times 3 & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} & \times 4 & \\ \text{2} & \xrightarrow{\quad} & \text{8} \\ \hline \frac{2}{3} & = & \frac{8}{12} \\ & \xleftarrow{\quad} & \\ & \times 4 & \end{array}$$

PASSO 2:

$$\frac{9}{12} > \frac{8}{12}$$

Quindi: $\frac{3}{4} > \frac{2}{3}$



Anna è una lettrice più agguerrita!



8

Le operazioni con le frazioni

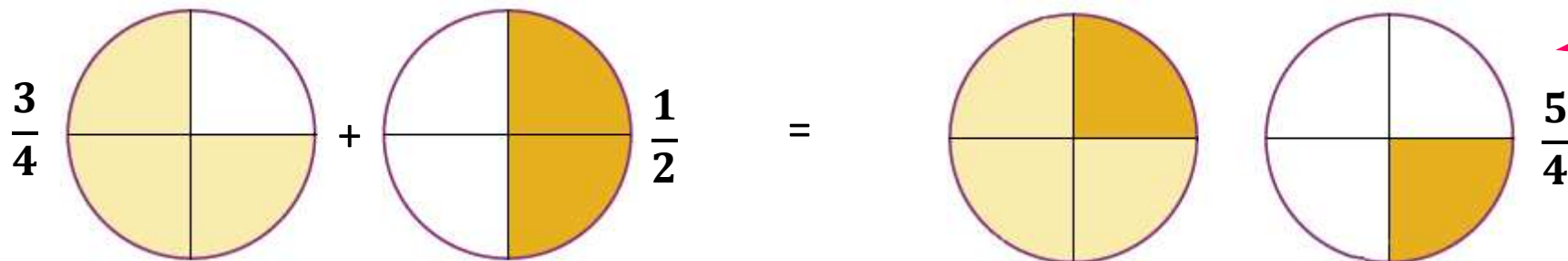
Carla è in treno e durante il viaggio viene comunicato per ben due volte che è stato accumulato ritardo:

- la prima volta si tratta di un ritardo di $\frac{3}{4}$ d'ora;
- la seconda volta di un ritardo di $\frac{1}{2}$ d'ora (cioè mezz'ora).

Qual è il ritardo complessivo del treno su cui viaggia Carla?

Per rispondere bisogna **sommare** le due **frazioni di ora** che indicano il ritardo: $\frac{3}{4} + \frac{1}{2}$.

Rappresentiamo graficamente la situazione:



Nel linguaggio comune questo tempo viene indicato come «un'ora e un quarto».



Frazioni con stesso denominatore

La **somma** di frazioni aventi **stesso denominatore** è una frazione che ha per denominatore lo stesso denominatore e per numeratore la **somma dei numeratori**.

Esempio:
$$\frac{3}{2} + \frac{5}{2} = \frac{3 + 5}{2} = \frac{8}{2}$$



Frazioni con denominatore diverso

La **somma** di frazioni con **denominatore diverso** si trova riducendole al **minimo comune denominatore (m.c.d.)** e poi addizionandole.

Esempio:
$$\frac{3}{5} + \frac{2}{3} = \frac{9}{15} + \frac{10}{15} = \frac{19}{15}$$

$15 : 5 \times 3 = 9$ (multiplicatore per la prima frazione)
 $15 : 3 \times 2 = 10$ (multiplicatore per la seconda frazione)



Frazioni con stesso denominatore

La **differenza** di frazioni aventi **stesso denominatore** è una frazione che ha per denominatore lo stesso denominatore e per numeratore la **differenza dei numeratori**.

Esempio: $\frac{3}{4} - \frac{2}{4} = \frac{3-2}{4} = \frac{1}{4}$



Frazioni con denominatore diverso

La **differenza** di frazioni con **denominatore diverso** si trova riducendole al **minimo comune denominatore (m.c.d.)** e poi sottraendole.

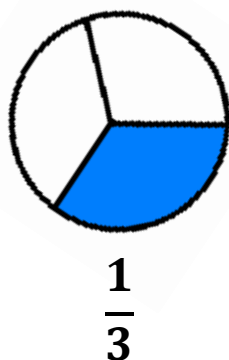
Esempio: $\frac{3}{4} - \frac{1}{2} = \frac{3}{4} - \frac{2}{4} = \frac{1}{4}$

$4 : 4 \times 3 = 3$ (multiplication factor for the first fraction)
 $4 : 2 \times 1 = 2$ (multiplication factor for the second fraction)

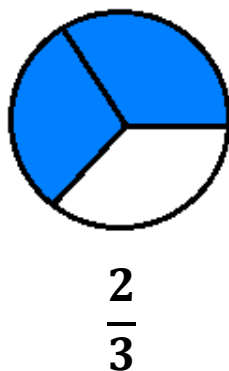


Frazione complementare

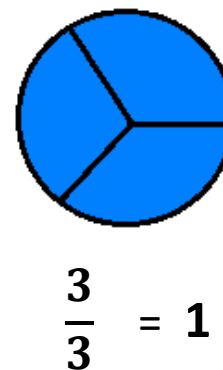
La **frazione complementare** di una frazione è la frazione che sommata alla frazione assegnata dà per risultato l'intero.



+



=



Si ottiene sottraendo all'intero la frazione data.

Esempio: la frazione complementare di $\frac{1}{3}$ è $\frac{2}{3}$ perché: $1 - \frac{1}{3} = \frac{3}{3} - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$



Ora prova tu!



Risolviamo i seguenti esercizi sull'addizione e sottrazione di frazioni.

a. $\frac{5}{7} + \frac{2}{7}$

b. $\frac{5}{7} - \frac{2}{7}$

c. $\frac{12}{15} + \frac{42}{36}$

d. $\frac{24}{7} - \frac{8}{35}$



Ora prova tu!



Ecco le soluzioni:

a. $\frac{5}{7} + \frac{2}{7} = \frac{7}{7} = 1$

b. $\frac{5}{7} - \frac{2}{7} = \frac{3}{7}$

c. $\frac{12}{15} + \frac{42}{36}$

Prima di eseguire l'operazione, si riducono le frazioni ai minimi termini.

$$= \frac{\cancel{12}^4}{\cancel{15}_5} + \frac{\cancel{42}^7}{\cancel{36}_6} = \frac{4}{5} + \frac{7}{6} = \frac{24 + 35}{30} = \frac{59}{30}$$

d. $\frac{24}{7} - \frac{8}{35} = \frac{120 - 8}{35} = \frac{112}{35} = \frac{16}{5}$



Il **prodotto** di due o più frazioni è una frazione che ha per numeratore il **prodotto dei numeratori** e per denominatore il **prodotto dei denominatori**.

Quando è possibile, si esegue prima la **semplificazione in croce**.

Esempio: $\frac{8}{15} \times \frac{5}{2} = \frac{\cancel{8}^4}{\cancel{15}_3} \times \frac{\cancel{5}^1}{\cancel{2}_1} = \frac{4}{3}$



Frazione reciproca o inversa

È quella frazione che **moltiplicata** per la frazione data dà come risultato 1.

Esempio: la frazione reciproca di $\frac{3}{4}$ è $\frac{4}{3}$ perché: $\frac{\cancel{3}^1}{\cancel{4}_1} \times \frac{\cancel{4}^1}{\cancel{3}_1} = 1$



Il **quoziente** di due frazioni è una frazione che si ottiene moltiplicando la prima per la reciproca della seconda.

Esempio: $\frac{3}{5} : \frac{2}{7} = \frac{3}{5} \times \frac{7}{2} = \frac{21}{10}$

Anche nella divisione si può applicare la **semplificazione in croce**:

Esempio: $\frac{2}{9} : \frac{5}{3} = \frac{2}{\cancel{9}_3} \times \frac{\cancel{3}^1}{5} = \frac{2}{15}$

La **potenza** di una frazione è la frazione che ha per numeratore la **potenza del numeratore** e per denominatore la **potenza del denominatore**.

Esempio: $\left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{3^2}{5^2} = \frac{9}{25}$

$$\frac{3^2}{5} = \frac{9}{5}$$

$$\frac{3}{5^2} = \frac{3}{25}$$

Se la frazione non è tra parentesi,
l'esponente si riferisce solo al numeratore
o al denominatore.



Le **proprietà delle potenze** valgono anche per le potenze di frazioni.

Esempio:

$$\bullet \left(\frac{5}{4}\right)^6 \times \left(\frac{5}{4}\right)^2 = \left(\frac{5}{4}\right)^{6+2} = \left(\frac{5}{4}\right)^8$$

$$\bullet \left(\frac{3}{5}\right)^3 \times \left(\frac{2}{7}\right)^3 = \left(\frac{3}{5} \times \frac{2}{7}\right)^3 = \left(\frac{6}{35}\right)^3$$

$$\bullet \left(\frac{3}{5}\right)^5 : \left(\frac{3}{5}\right)^3 = \left(\frac{3}{5}\right)^{5-3} = \left(\frac{3}{5}\right)^2$$

$$\bullet \left(\frac{21}{5}\right)^3 : \left(\frac{7}{5}\right)^3 = \left(\frac{\cancel{21}^3}{\cancel{5}_1} \times \frac{\cancel{5}^1}{\cancel{7}_1}\right)^3 = \left(\frac{3}{1}\right)^3 = 3^3$$

$$\bullet \left[\left(\frac{13}{9}\right)^3\right]^2 = \left(\frac{13}{9}\right)^{3 \times 2} = \left(\frac{13}{9}\right)^6$$

$$\bullet \left(\frac{4}{7}\right)^0 = 1$$



Ora prova tu!



Risolviamo i seguenti esercizi su moltiplicazioni, divisioni e potenze di frazioni.

a. $\frac{1}{5} \times \frac{3}{2}$

b. $\frac{3}{5} \times \frac{25}{12}$

c. $\left(\frac{7}{3}\right)^2$

d. $\frac{2}{3} : \frac{7}{8}$



Ora prova tu!



Ecco le soluzioni:

a. $\frac{1}{5} \times \frac{3}{2} = \frac{1 \times 3}{5 \times 2} = \frac{3}{10}$

b. $\frac{3}{5} \times \frac{25}{12}$

Prima di eseguire la moltiplicazione, è possibile semplificare in croce.

$$= \frac{\cancel{3}^1}{\cancel{6}_1} \times \frac{\cancel{25}^5}{\cancel{12}_4} = \frac{5}{4}$$

c. $\left(\frac{7}{3}\right)^2 = \frac{7^2}{3^2} = \frac{49}{9}$

d. $\frac{2}{3} : \frac{7}{8} = \frac{2}{3} \times \frac{8}{7} = \frac{16}{21}$



- Si risolvono prima le operazioni contenute nelle parentesi **tonde**, poi nelle **quadre**, infine nelle **graffe**.
- All'interno delle parentesi si risolvono prima le **potenze**, le **moltiplicazioni** e le **divisioni**, poi le **addizioni** e le **sottrazioni** sempre nell'ordine in cui si trovano.
- Se le **parentesi sono elevate a esponente**, prima si risolvono tutte le operazioni all'interno delle parentesi, poi si eleva alla potenza indicata il risultato ottenuto.
- Prima di eseguire i calcoli, ricorda di **ridurre ai minimi termini le frazioni**.

ESEMPIO

$$\left[\left(\frac{13}{12} - \frac{1}{4} \right) : \frac{2^2}{2^3} \right]^2 : \left[\left(\frac{9}{5} - \frac{8}{5} \right) \times \frac{25}{3} - 1^4 \right]^3 =$$

Risolvi le parentesi tonde calcolando i m.c.d. tra le frazioni e le potenze nella parentesi quadra.

$$= \left[\frac{19-3}{12} : \frac{4}{8} \right]^2 : \left[\frac{1}{5} \times \frac{25}{3} - 1 \right]^3 =$$

Risolvi le operazioni nelle parentesi quadre.

$$= \left[\frac{16}{12} : \frac{4}{8} \right]^2 : \left[\frac{1}{\cancel{5}_1} \times \frac{25^5}{3} - 1 \right]^3 =$$

$$= \left[\frac{\cancel{16}^4}{\cancel{12}_3} \times \frac{\cancel{8}^2}{\cancel{4}_1} \right]^2 : \left[\frac{5}{3} - 1 \right]^3 =$$

$$= \left[\frac{8}{3} \right]^2 : \left[\frac{5-3}{3} \right]^3 =$$

Calcola la potenza di ciascuna delle due parentesi quadre.

$$= \frac{64}{9} : \frac{8}{27} =$$

Trasforma la divisione in moltiplicazione e semplifica in croce.

$$= \frac{\cancel{64}^8}{\cancel{9}_1} \times \frac{\cancel{27}^3}{\cancel{8}_1} = 24$$



- **Calcolo della frazione di un intero**

Ricerca della parte frazionaria (p) di un numero (n) data la frazione $\left(\frac{a}{b}\right)$: $p = \frac{a}{b} \times n$

- **Calcolo della frazione di una frazione di un intero**

Ricerca della parte frazionaria (p) di un numero (n) data la frazione $\left(\frac{a}{b}\right)$ di una frazione $\left(\frac{c}{d}\right)$:

$$p = \frac{a}{b} \times \frac{c}{d} \times n$$

- **Calcolo dell'intero nota una sua frazione**

Ricerca del numero (n) data una sua parte (p) e la frazione che la esprime $\left(\frac{a}{b}\right)$: $n = p : \frac{a}{b}$



- **Calcolo di due numeri nota la somma e che uno è una frazione dell'altro**

Ricerca di due numeri $(n; m)$ l'uno frazione dell'altro $(n = \frac{a}{b} \times m)$, data la loro somma $(n + m = s)$: $n + m = s \rightarrow m = s : \left(\frac{a+b}{b}\right); n = s - m$

- **Calcolo di due numeri nota la differenza e che uno è una frazione dell'altro**

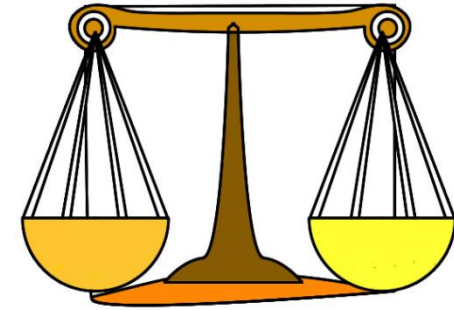
Ricerca di due numeri $(n; m)$ l'uno frazione dell'altro $(n = \frac{a}{b} \times m \text{ con } a > b)$, data la loro differenza $(n - m = d)$: $m = d : \left(\frac{a-b}{b}\right); n = d + m$



Ora prova tu!



Risolvi il seguente problema.



Il corpo umano è formato in gran parte di acqua: circa $\frac{7}{10}$ in un uomo e $\frac{2}{3}$ in una donna.

Quale sarà il peso dell'acqua contenuta nel corpo di Sergio che pesa **75** Kg?

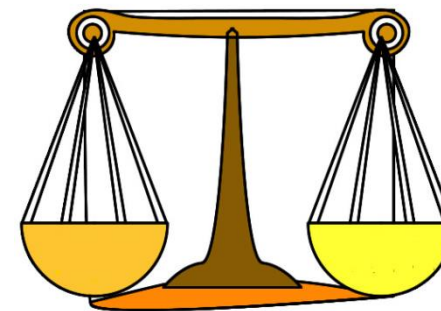
E quale sarà il peso dell'acqua contenuta nel corpo di Luisa che pesa **57** kg?



Ora prova tu!



Ecco la soluzione:



DATI

OBIETTIVO

frazione

intero

parte

Sergio

$$\frac{7}{10}$$

75

?

$$\frac{7}{10} \text{ di } 75 = 75 : 10 \times 7 = 52,5$$

Il peso dell'acqua in Sergio è **52,5 kg.**

Luisa

$$\frac{2}{3}$$

57

?

$$\frac{2}{3} \text{ di } 57 = 57 : 3 \times 2 = 38$$

Il peso dell'acqua in Luisa è **38 kg.**



1

Frazioni

e numeri decimali

Se vogliamo acquistare un chilo di mele al prezzo indicato sul cartellino, possiamo pagare con queste monete:



Ma qual è il significato delle monete da **50, 20, 5 centesimi**?

FRAZIONI DECIMALI E FRAZIONI ORDINARIE



Scriviamo il valore delle monete da **50, 20, 5 centesimi** sotto forma di **frazione**:

50 cent	$\frac{50}{100}$ di euro
20 cent	$\frac{20}{100}$ di euro
5 cent	$\frac{5}{100}$ di euro

$$\mathbf{50\ cent} \longrightarrow \frac{\mathbf{50}}{\mathbf{100}} \text{ di euro}$$

E, poiché la linea di frazione ha il significato di «**diviso**», possiamo scrivere:

$$\frac{\mathbf{50}}{\mathbf{100}} = \mathbf{50 : 100} = \mathbf{0,50}$$

$$\mathbf{20\ cent} \longrightarrow \frac{\mathbf{20}}{\mathbf{100}} \text{ di euro}$$

$$\frac{\mathbf{20}}{\mathbf{100}} = \mathbf{20 : 100} = \mathbf{0,20}$$

$$\mathbf{5\ cent} \longrightarrow \frac{\mathbf{5}}{\mathbf{100}} \text{ di euro}$$

$$\frac{\mathbf{5}}{\mathbf{100}} = \mathbf{5 : 100} = \mathbf{0,05}$$

0,50; 0,20; 0,05 sono **numeri decimali** corrispondenti alle frazioni date.



Frazioni decimali

Le **frazioni decimali** sono quelle frazioni che hanno come **denominatore 10** o una **potenza di 10**.

Esempio: $\frac{6}{10}$ $\frac{53}{100}$ $\frac{289}{1000}$

Queste frazioni danno origine a **numeri decimali limitati**.

Esempio: $\frac{7}{10} = 7 : 10 = 0,7$

$\frac{135}{100} = 135 : 100 = 1,35$

Quando eseguo la divisione, ottengo un numero finito, cioè la divisione «termina».



Frazioni ordinarie

Le **frazioni ordinarie** sono quelle frazioni che hanno come **denominatore** un numero che **non** è una **potenza di 10**.

Esempio: $\frac{7}{20}$ $\frac{7}{3}$ $\frac{5}{4}$

Queste frazioni danno origine a **numeri decimali limitati**:

Esempio: $\frac{7}{20} = 7 : 20 = 0,35$

numero **limitato**
di cifre decimali.

oppure a **numeri decimali illimitati**:

Esempio: $\frac{7}{3} = 7 : 3 = 2,333\dots$

numero **illimitato**
di cifre decimali.



Ora prova tu!



Tra le seguenti frazioni, indica quelle decimali.

$\frac{100}{3}$

$\frac{10}{30}$

$\frac{3}{10}$

$\frac{12}{100}$

$\frac{6}{100}$

$\frac{3}{230}$

$\frac{7}{1000}$

$\frac{9}{2000}$



Ora prova tu!



Ecco le soluzioni:

$\frac{100}{3}$

$\frac{10}{30}$

$\frac{3}{10}$

$\frac{12}{100}$

$\frac{6}{100}$

$\frac{3}{230}$

$\frac{7}{1000}$

$\frac{9}{2000}$



Frazioni ordinarie corrispondenti a numeri decimali limitati

Una **frazione ordinaria** corrisponde a un **numero decimale limitato** se, una volta ridotta ai minimi termini, il suo **denominatore** ha come fattori di scomposizione **solo 2 o 5 o entrambi**.

Esempio: $\frac{\cancel{3}4^{\cancel{17}}}{\cancel{4}0_{20}} = \frac{17}{20} = 17 : 20 = 0,85$

$$20 = 2 \times 2 \times 5$$

$$\frac{\cancel{1}2^4}{\cancel{1}5_5} = \frac{4}{5} = 4 : 5 = 0,8$$

$$\text{solo } 5$$



Frazioni ordinarie corrispondenti a numeri decimali illimitati

Una **frazione ordinaria** corrisponde a un **numero decimale illimitato** se, una volta ridotta ai minimi termini, il suo **denominatore** non ha come fattori di scomposizione **né 2 né 5** o li contiene **insieme ad altri numeri**.



Dalla frazione al numero

Per passare dalla frazione al numero si scrive il **numeratore** con tante cifre decimali quanti sono gli zeri del **denominatore**.

frazione decimale

$$\frac{75\ 623}{1000} \rightarrow 75623 \rightarrow 75,623$$

numero decimale

1000 ha tre zeri:
mi sposto di 3 posti

Dal numero alla frazione

Per passare dal numero alla frazione si scrive a **numeratore** il numero senza la virgola e a **denominatore** un 1 seguito da tanti zeri quante sono le cifre decimali del numero.

numero decimale

$$0,43 = \frac{43}{100}$$

frazione decimale

0,43 ha due decimali:
il denominatore è 100



Ora prova tu!

Risolvi i seguenti esercizi sulla trasformazione di una frazione decimale in numero decimale e viceversa.

1 Trasforma le seguenti frazioni decimali nei corrispondenti numeri decimali.

a. $\frac{375}{100}$

b. $\frac{3}{10}$

2 Scrivi sotto forma di frazioni decimali i seguenti numeri decimali.

c. 2,5

d. 0,002



Ora prova tu!



Ecco le soluzioni:

1 Trasforma le seguenti frazioni decimali nei corrispondenti numeri decimali.

a. $\frac{375}{100} = 375 : 100 = 3,75$

b. $\frac{3}{10} = 3 : 10 = 0,3$

2 Scrivi sotto forma di frazioni decimali i seguenti numeri decimali.

c. $2,5 = \frac{25}{10}$

d. $0,002 = \frac{2}{1000}$



Le **frazioni ordinarie** possono dare origine a **numeri decimali limitati** o **illimitati**.

Tra i **numeri illimitati** possono originare:

- **numeri decimali illimitati periodici semplici;**
- **numeri decimali illimitati periodici misti.**



Numeri decimali illimitati periodici semplici

Numeri decimali in cui, subito dopo la virgola, una o più cifre (**periodo**) si ripetono all'infinito. Le cifre del periodo si scrivono una sola volta e con un trattino sopra.

Esempio: $0,666\dots = 0,\overline{6}$ $4,5757 = 4,\overline{57}$

le cifre periodiche iniziano subito dopo la virgola

Una **frazione ordinaria** genera un **numero decimale illimitato periodico semplice** se, una volta ridotta ai minimi termini, il suo **denominatore** non ha come fattori di scomposizione **né 2 né 5**.

Esempio:

$$\frac{5}{33} = 5 : 33 = 0,15151\dots = 0,\overline{15}$$

$$33 = 3 \times 11$$

periodo



Numeri decimali illimitati periodici misti

Numeri decimali in cui, subito dopo la virgola e prima del periodo, ci sono una o più cifre che non si ripetono (**antiperiodo**).

Esempio: $0,8333\dots = 0,8\bar{3}$ $8,71444 = 8,71\bar{4}$

antiperiodo periodo antiperiodo periodo

Una **frazione ordinaria** genera un **numero decimale illimitato periodico misto** se, una volta ridotta ai minimi termini, il suo **denominatore** ha come fattori di scomposizione **2 o 5 insieme ad altri numeri**.

Esempio: $\frac{2}{15} = 2 : 15 = 0,133333\dots = 0,1\bar{3}$

$15 = 3 \times 5$ antiperiodo periodo



Ora prova tu!

Tra i seguenti numeri, indica quali sono **decimali limitati (L)**, quali **periodici semplici (S)** e quali **periodici misti (M)**.

7,3222...

5,8921

1,666...

7,5

$7,\bar{5}$

$27,\overline{72}$

$4,2\bar{7}$

$45,61\overline{25}$



Ora prova tu!



Ecco le soluzioni:

$$\boxed{M} \quad 7,3222\dots$$

$$\boxed{L} \quad 5,8921$$

$$\boxed{S} \quad 1,666\dots$$

$$\boxed{L} \quad 7,5$$

$$\boxed{S} \quad 7,\bar{5}$$

$$\boxed{S} \quad 27,\bar{72}$$

$$\boxed{M} \quad 4,2\bar{7}$$

$$\boxed{M} \quad 45,61\bar{25}$$



Trasformazione di un numero periodico semplice in frazione e viceversa

Dalla frazione al numero

Per passare dalla frazione al numero basta eseguire la divisione:

$$\frac{243}{99} = 243 : 99 = 2, \overline{45}$$

Dal numero alla frazione

Per passare dal numero alla frazione si scrive a **numeratore** la differenza tra il numero senza virgola e le cifre che precedono il periodo;
a **denominatore** tanti **9** quante sono le cifre del periodo.

$$1, \overline{6} = \frac{16 - 1}{9} = \frac{15}{9}$$

Il periodo ha una sola cifra:
scrivo un 9.



Trasformazione di un numero periodico misto in frazione e viceversa

Dalla frazione al numero

Per passare dalla frazione al numero basta eseguire la divisione:

$$\frac{394}{900} = 394 : 900 = 0,43\overline{7}$$

Dal numero alla frazione

Per passare dal numero alla frazione si scrive a **numeratore** la differenza tra il numero senza virgola e le cifre che precedono il periodo;
a **denominatore** tanti **9** quante sono le cifre del periodo e tanti **0** quante sono le cifre dell'antiperiodo.

$$0,8\overline{3} = \frac{83 - 8}{90} = \frac{75}{90}$$

OPERAZIONI ED ESPRESSIONI CON I NUMERI DECIMALI



Le operazioni con i **numeri decimali limitati** si possono eseguire sia operando con i numeri decimali sia trasformando i numeri in frazioni e operando con esse.

Con i **numeri decimali illimitati**, invece, prima di procedere si devono trasformare tutti i numeri decimali in frazioni.

Esempio:

$$(0,\overline{3} - 0,1\overline{3} + 0,1\overline{6}) : 0,4\overline{8} =$$

Trasformo i numeri in frazioni.

$$= \left(\frac{3-0}{9} - \frac{13-1}{90} + \frac{16-1}{90} \right) : \frac{48-4}{90} =$$

$$= \left(\frac{3}{9} - \frac{12}{90} + \frac{15}{90} \right) : \frac{44}{90} =$$

Riduco, quando possibile, le frazioni.

$$= \left(\frac{1}{3} - \frac{2}{15} + \frac{1}{6} \right) : \frac{22}{45} =$$

Opero all'interno delle parentesi.

$$= \left(\frac{10-4+5}{30} \right) : \frac{22}{45} =$$

$$= \frac{11}{30} : \frac{22}{45} = \frac{11^1}{30_2} \times \frac{45^3}{22_2} = \frac{3}{4}$$



Approssimazione per difetto o troncamento

Posso approssimare $\frac{1}{7} = 0,142857\dots$:

- ai decimi $\rightarrow 0,1 \overset{\text{sc}}{\underset{\text{sc}}{42857\dots}} = 0,1$
- ai centesimi $\rightarrow 0,14 \overset{\text{sc}}{\underset{\text{sc}}{2857\dots}} = 0,14$
- ai millesimi $\rightarrow 0,142 \overset{\text{sc}}{\underset{\text{sc}}{857\dots}} = 0,142$

Il numero approssimato è sempre **minore** di quello iniziale.

Approssimazione per eccesso

Posso approssimare $\frac{7}{12} = 0,58333\dots$

- ai decimi $\rightarrow 0,5 \overset{\text{sc}}{\underset{\text{sc}}{8333\dots}} \rightarrow 0,6$

Aumento di un decimo.

Aumento di un centesimo.

- ai centesimi $\rightarrow 0,58 \overset{\text{sc}}{\underset{\text{sc}}{333\dots}} \rightarrow 0,59$

Il numero approssimato è sempre **maggiore** di quello iniziale.

Approssimazione per arrotondamento

Si guarda la prima cifra che segue il taglio: se è maggiore o uguale a 5, si approssima per eccesso, altrimenti rimane uguale.

$$\frac{13}{12} = 1,0 \overset{\text{sc}}{\underset{\text{sc}}{83333\dots}} \text{ arrotondato ai decimi} \rightarrow 1,1$$

La prima cifra dopo il taglio è $8 > 5$.

$$\frac{13}{12} = 1,08 \overset{\text{sc}}{\underset{\text{sc}}{3333\dots}} \text{ arrotondato ai centesimi} \rightarrow 1,08$$

La prima cifra dopo il taglio è $3 < 5$.

<i>Operazioni con le frazioni</i>	<i>Esempi</i>	<i>Note e casi particolari</i>
<p>RIDUZIONE AI MINIMI TERMINI</p> <p>Per la proprietà fondamentale delle frazioni, moltiplicando o dividendo numeratore e denominatore per uno stesso numero naturale, diverso da zero, si ottiene una frazione equivalente a quella data.</p> <p>Vedi: Classe di equivalenza e frazioni riducibili. Procedura di semplificazione. Criteri di divisibilità. Dividere numeratore e denominatore per il loro MCD (massimo comune divisore). La frazione ridotta ai minimi termini è irriducibile.</p>	<p>$\frac{36^{18}}{42^{21}} = \frac{18^6}{21^7} = \frac{6}{7}$</p> <p>-> divido prima per 2 e poi per 3 => oppure subito per 6 che è il MCD(36; 42) = 2 · 3 = 6 36 = 2² · 3² 42 = 2 · 3 · 7</p>	<p><i>Non sempre per l'addizione e la sottrazione occorre ridurre le frazioni.</i></p> <p>$\frac{1}{30} + \frac{3}{15} = \frac{1}{30} + \frac{1}{5} = \frac{1+6}{30}$</p> <p>Non occorre ridurre 3/15 a 1/5 ($\frac{3^1}{15^1}$) essendo il mcd tra i denominatori 30.</p> <p>$\frac{1}{30} + \frac{3}{15} = \frac{1+6}{30}$</p>
<p>ADDIZIONE e SOTTRAZIONE</p> <p>Si riducono le frazioni ai minimi termini. Si trova il mcm dei denominatori, il minimo comune denominatore (mcd). Dividi il mcd per ciascun denominatore e moltiplica il risultato per ciascun numeratore (ciò significa <i>applicare la proprietà fondamentale e ridurre tutte le frazioni allo stesso denominatore</i>). Somma per l'addizione e sottrai per la sottrazione i numeratori risultanti. Vedi: Confronto tra frazioni.</p>	<p>$\frac{3}{6} + \frac{2}{15} - \frac{1}{3} =$</p> <p>6 = 2 · 3; 15 = 3 · 5; 3 = 3 mcd = mcm(6,15,3) = 2 · 3 · 5 = 30</p> <p>$= \frac{5 \cdot 3 + 2 \cdot 2 - 10 \cdot 1}{30} =$</p> <p>$= \frac{15 + 4 - 10}{30} = \frac{9^3}{30_{10}} = \frac{3}{10}$</p>	<p><i>La somma e la differenza di frazioni con lo stesso denominatore è immediata.</i></p> <p><i>I numeri interi è come avessero denominatore 1.</i></p> <p>$3 + \frac{1}{2} = \frac{3}{1} + \frac{1}{2}$</p> <p><i>La somma di frazioni opposte da come risultato sempre zero.</i></p> <p>$\frac{5}{7} - \frac{5}{7} = 0$</p>
<p>MOLTIPLICAZIONE</p> <p>Il prodotto si ottiene moltiplicando: - numeratore per numeratore; - denominatore per denominatore</p> <p>In pratica per i calcoli, si esegue, se possibile, la SEMPLIFICAZIONE IN CROCE (proprietà invariantiva)</p>	<p>$\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{6} = \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 6} = \frac{10^5}{18_9} = \frac{5}{9}$</p> <p>Allo stesso risultato si perviene semplificando in "croce"!</p> <p>$\frac{2^1}{3} \cdot \frac{5}{6_3} = \frac{1 \cdot 5}{3 \cdot 3} = \frac{5}{9}$</p>	<p><i>La moltiplicazione di due frazioni inverse una dell'altra è sempre l'unità.</i></p> <p>$\frac{12}{7} \cdot \frac{7}{12} = 1$</p> <p>Si semplificano le moltiplicazioni sia in croce sia applicando la proprietà invariantiva. La moltiplicazione è commutativa.</p>
<p>DIVISIONE</p> <p>Il quoziente di due frazioni si ottiene, nel modo più semplice, moltiplicando la prima per l'INVERSO della seconda (reciproca).</p> <p>In pratica per i calcoli, si esegue, se possibile, la SEMPLIFICAZIONE IN LINEA (proprietà invariantiva)</p>	<p>$\frac{2}{3} : \frac{6}{5} = \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{6} = \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 6} = \frac{10^5}{18_9} = \frac{5}{9}$</p> <p>Allo stesso risultato si perviene semplificando in "linea"!</p> <p>$\frac{2^1}{3} : \frac{6^3}{5} = \frac{1}{3} \cdot \frac{5}{3} = \frac{1 \cdot 5}{3 \cdot 3} = \frac{5}{9}$</p>	<p><i>Il quoziente di frazioni uguali è sempre l'unità.</i></p> <p>ATTENTI a casi come questo: $1 : \frac{6}{5} = \frac{5}{6}$</p> <p>Questo succede spesso quando si semplifica in linea e non ci si accorge di invertire il risultato se il dividendo è 1 o il divisore dopo la semplificazione non è 1.</p>
<p>ELEVAMENTO a POTENZA</p> <p>La potenza si ottiene attribuendo al numeratore e al denominatore l'esponente indicato. Valgono tutte le proprietà note per le potenze.</p> <p>$\left(\frac{2}{3}\right)^0 = 1$ $\left(\frac{2}{3}\right)^1 = \frac{2}{3}$ $\left(\frac{4}{5}\right)^3 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^2 = \left(\frac{4}{5}\right)^{3+2}$ $\left(\frac{4}{5}\right)^3 : \left(\frac{4}{5}\right)^2 = \left(\frac{4}{5}\right)^{3-2}$... </p>	<p>$\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2^2}{3^2} = \frac{4}{9}$</p> <p><i>2 volte</i></p> <p>Essendo $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$</p>	<p>Presta attenzione alle differenze.</p> <p>$\left(\frac{2}{3}\right)^2 \neq \frac{2^2}{3} \neq \frac{2}{3^2}$</p> <p>$\frac{4}{9} \neq \frac{4}{3} \neq \frac{2}{9}$</p> <p>Anche per la radice quadrata e il logaritmo valgono le stesse regole.</p> <p>$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$</p>
<p>Esponente frazionario e radicali</p> <p>Le radici possono essere espresse in forma di potenze a esponente frazionario.</p>	<p>$\frac{a^m}{a^n} = \sqrt[n]{a^m}$</p> <p>Esempio $2^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2}$ $(\sqrt{3})^2 = \left(3^{\frac{1}{2}}\right)^2 = 3^{\frac{1}{2} \cdot 2} = 3^1 = 3$</p>	<p>Considera, infatti, che la radice è l'operazione inversa dell'elevamento a potenza e che si può estendere la proprietà della potenza di potenza agli esponenti frazionari.</p>

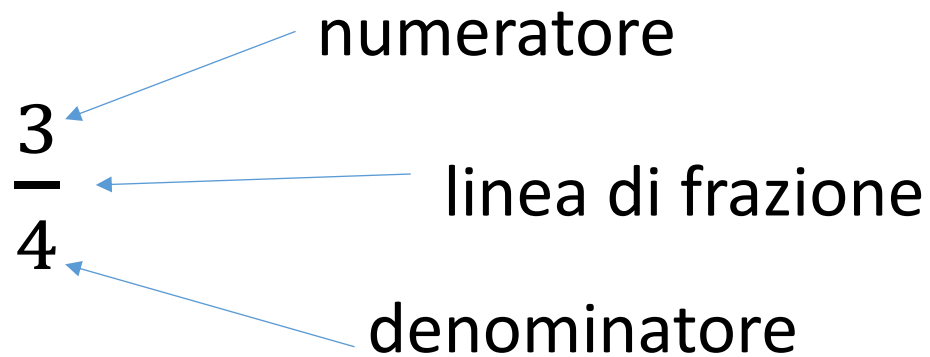
Le frazioni

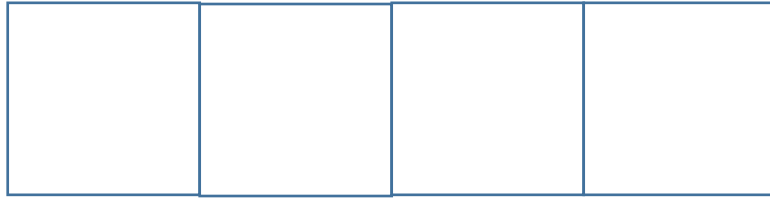
La frazione, come operatore, divide un intero in tante parti uguali quante ne indica il denominatore, e ne considera tante quante ne indica il numeratore.

Lezione a cura della Prof. L. Di Palma (I.C.Galiani).

Prendiamo ad esempio la frazione: $\frac{3}{4}$

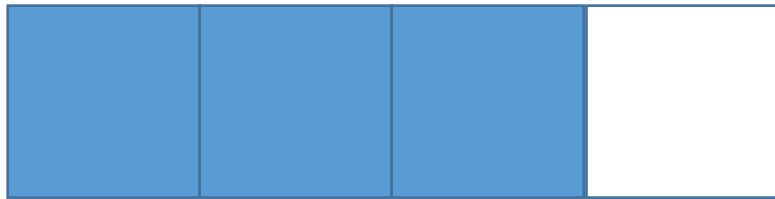
- 3 si chiama numeratore ed indica quante parti di una grandezza o intero sono prese in considerazione;
- 4 si chiama denominatore ed indica in quante parti uguali è stata suddivisa la grandezza o intero;
- Tra il numeratore e il denominatore è presente la linea di frazione.





Dato che l'intero è un rettangolo, costituito da 4 parti uguali, esse rappresentano il **denominatore**

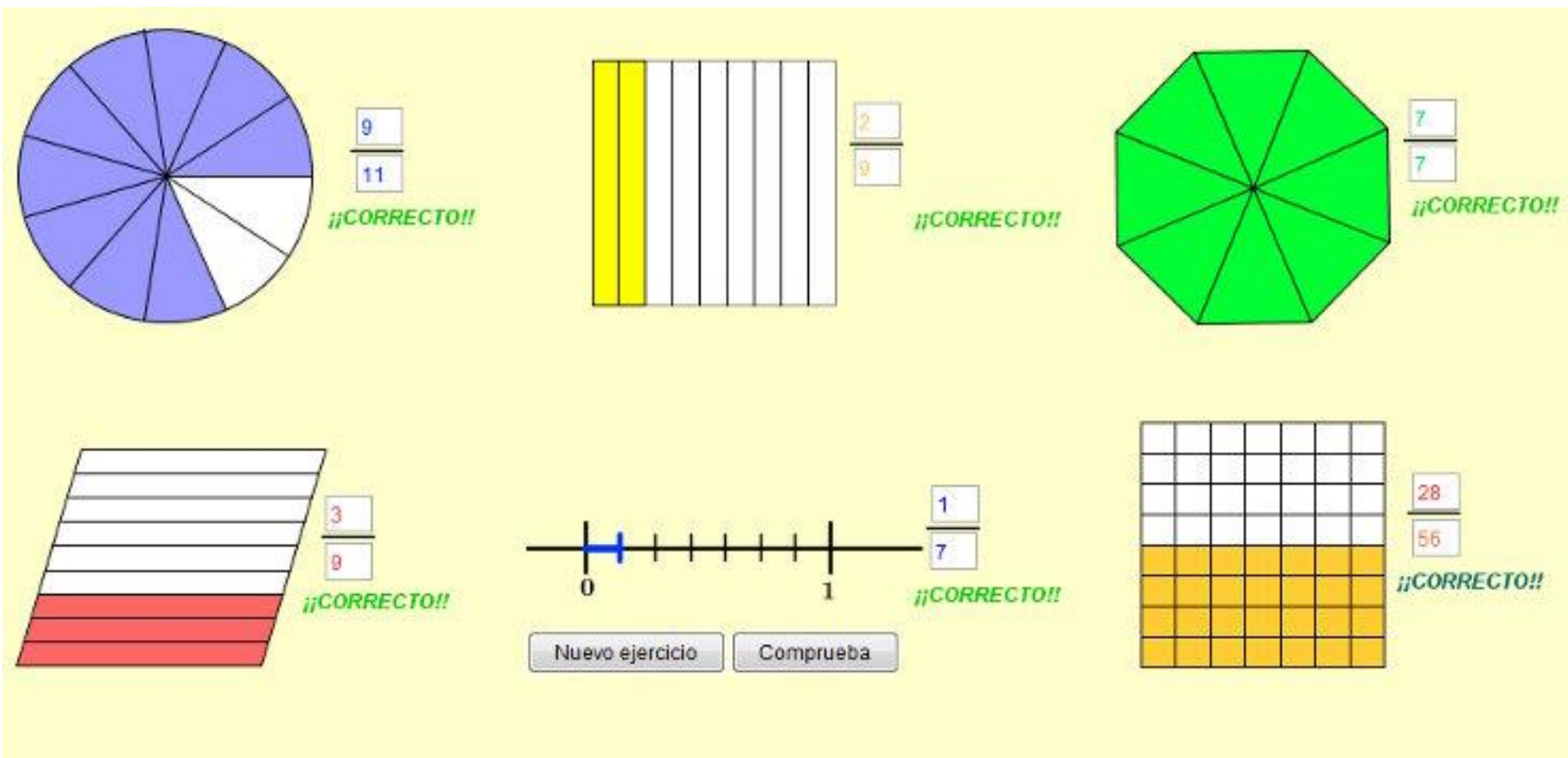
Per rappresentare graficamente la frazione $\frac{3}{4}$ si avrà quindi :



dove le **3** parti colorate rappresentano il **numeratore**, cioè le parti prese in considerazione sul totale.

N.B. Ciascuna delle parti uguali in cui è diviso l'intero, in questo esempio il rettangolo, è detta **unità frazionaria**. Nell'esempio precedente l'unità frazionaria equivale a $\frac{1}{4}$ per cui l'intero rettangolo sarà dato da $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{4}{4}$ che è proprio uguale a 1.

Esempi di rappresentazioni grafiche di frazioni:

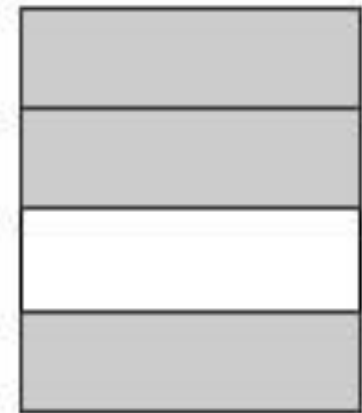
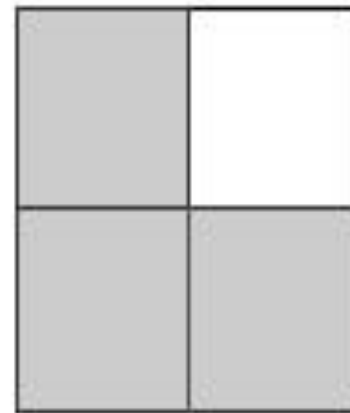
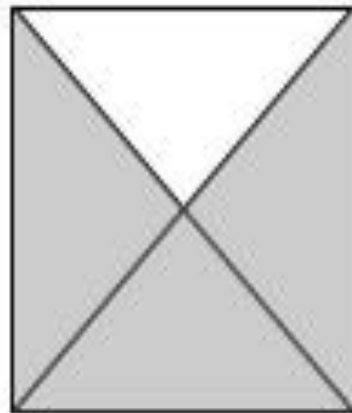
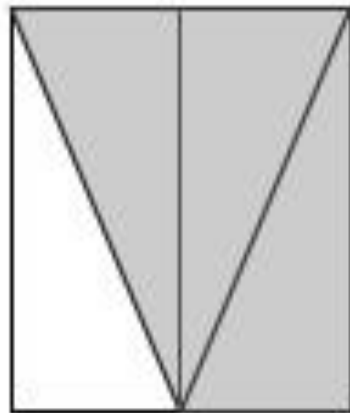


Diversi modi di rappresentare la frazione

$$\frac{3}{4}$$

3 → parti colorate= numeratore
4 → parti totali in cui è divisa la figura= denominatore

Intero



I diversi tipi di frazioni

- **Frazioni proprie**

Una frazione è propria quando il numeratore è più piccolo del denominatore;

Esempi: $\frac{1}{2}$; $\frac{3}{4}$; $\frac{5}{8}$; $\frac{11}{13}$

- **Frazioni improprie**

Una frazione è impropria quando il numeratore è più grande del denominatore;

Esempi: $\frac{3}{2}$; $\frac{5}{4}$; $\frac{11}{8}$; $\frac{17}{13}$

- **Frazioni apparenti**

Una frazione è apparente quando il numeratore è multiplo del denominatore;

Esempi: $\frac{2}{2} = 1$; $\frac{12}{4} = 3$; $\frac{32}{8} = 4$; $\frac{49}{7} = 7$

La frazione, ad esempio $\frac{4}{5}$, è anche un modo differente di rappresentare il quoziente della divisione tra 4, che è il dividendo, e 5, che è il divisore, ed equivale a 4:5; viene indicata quindi come **numero frazionario o razionale**.

Di conseguenza per calcolare i $\frac{4}{5}$ di un numero, ad esempio 200

$$\frac{4}{5} \text{ di } 200$$

si può fare la divisione $4:5 = 0,8$ e quindi moltiplicare il numero 200 x 0,8 oppure

$$200:5 = 40 \text{ e } 40 \times 4 = 160 \text{ oppure direttamente } 200:5 \times 4 = 160;$$

Esempio:

Calcola i $\frac{2}{5}$ di 298.

$$2:5 = 0,4 \text{ e } 298 \times 0,4 = 119,2 \text{ oppure direttamente } 298:5 \times 2 = 119,2$$

Esempio:

Calcola i $\frac{7}{8}$ di 160 metri.

$$160 \text{ m} : 8 \times 7 = 140 \text{ m}$$

• Frazioni complementari

Una frazione si dice complementare di un'altra frazione propria, quando indica la parte mancante per arrivare all'intero; la frazione complementare è sempre propria.

Esempio:

a) $\frac{2}{5}$ e $\frac{3}{5}$ rappresentano una coppia di frazioni complementari perché se l'intero è $\frac{5}{5}$ sommando

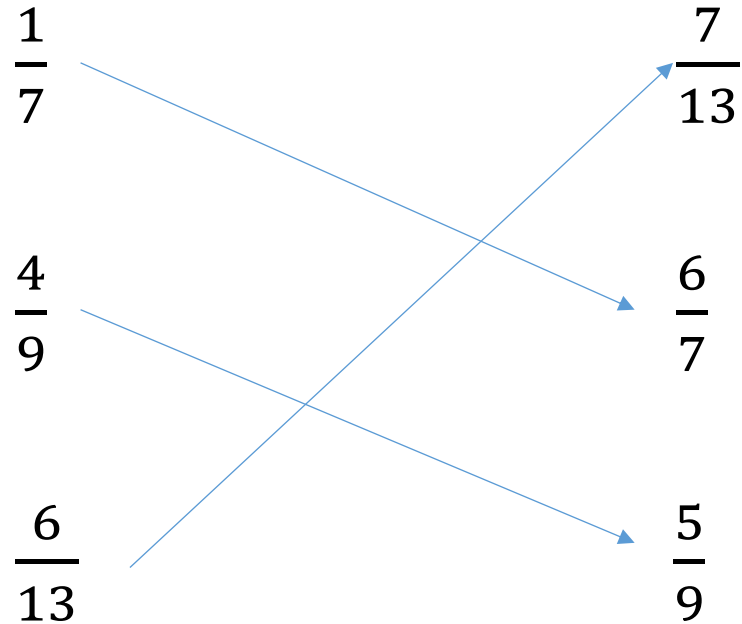
i numeratori $2+3$ si ottiene proprio 5.

b) $\frac{2}{7}$ e $\frac{5}{7}$ allo stesso modo rappresentano una coppia di frazioni complementari perché se l'intero

è $\frac{7}{7}$ sommando i numeratori $2+5$ si ottiene proprio 7.

Esempio:

Collega ciascuna frazione alla sua complementare



Da cui $\frac{1}{7} + \frac{6}{7} = \frac{7}{7} = 1$

$$\frac{4}{9} + \frac{5}{9} = \frac{9}{9} = 1$$

$$\frac{6}{13} + \frac{7}{13} = \frac{13}{13} = 1$$

- **Frazione inversa**

Una frazione si dice inversa di un'altra frazione quando il denominatore della prima diventa numeratore della seconda e il numeratore della prima diventa denominatore della seconda.

Esempio:

$$\frac{4}{5} \text{ frazione inversa } \frac{5}{4}$$
$$\frac{11}{3} \text{ frazione inversa } \frac{3}{11}$$

- **Frazioni equivalenti**

Due o più frazioni si dicono equivalenti se rappresentano la stessa quantità dell'intero;

Per passare da una frazione ad un'altra equivalente si deve moltiplicare o dividere per lo stesso numero, diverso da zero, numeratore e denominatore della frazione.

Esempio di frazioni equivalenti:

Numeratore \rightarrow $\frac{2^{x^2}}{3^{x^2}} = \frac{4}{6}$ e quindi $\frac{4^2}{6^2} = \frac{2}{3}$

Denominatore \rightarrow

$$\frac{2^{x^3}}{3^{x^3}} = \frac{6}{9} \quad \text{e quindi} \quad \frac{6^3}{9^3} = \frac{2}{3}$$

Esempio:

Trova tre frazioni equivalenti alla frazione $\frac{4}{10}$.

Data la frazione $\frac{4}{10}$

Moltiplicando numeratore e denominatore per 3 si ha:

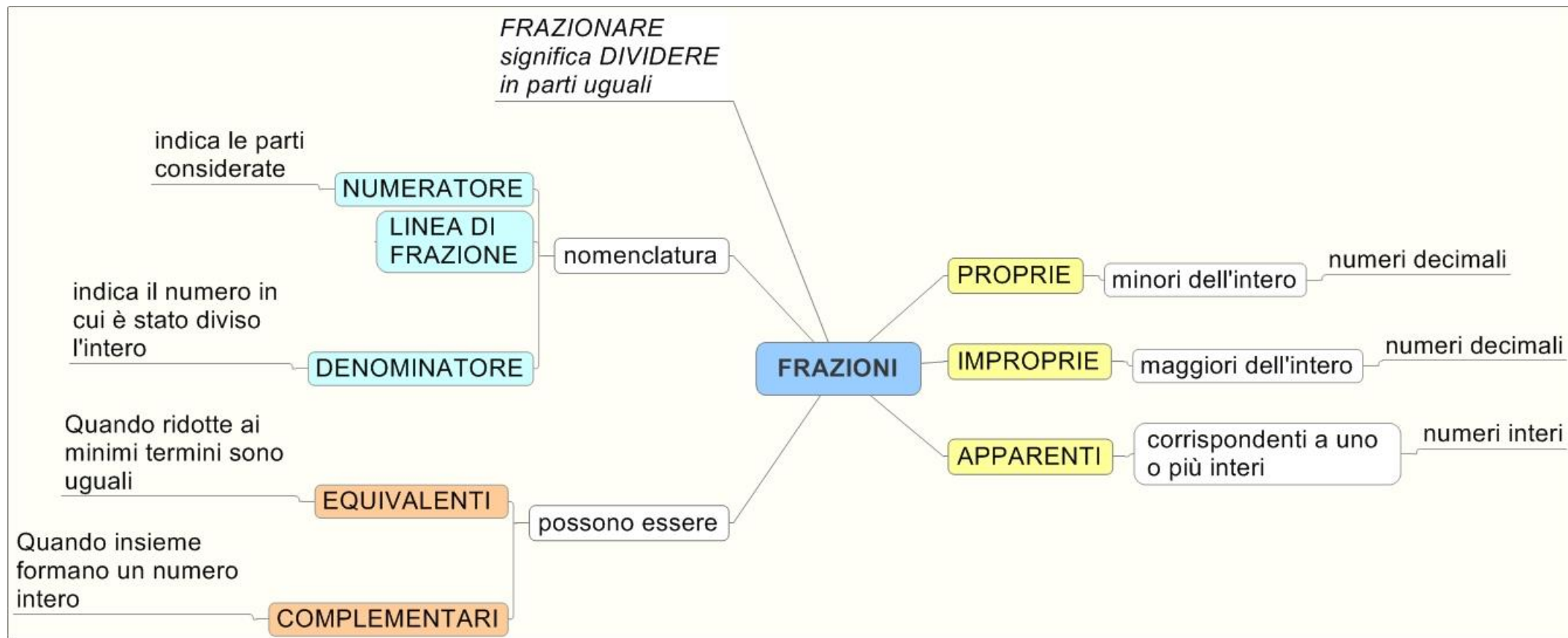
$$\frac{4 \times 3}{10 \times 3} = \frac{12}{30}$$

Dividendo numeratore e denominatore per 2 si ha:

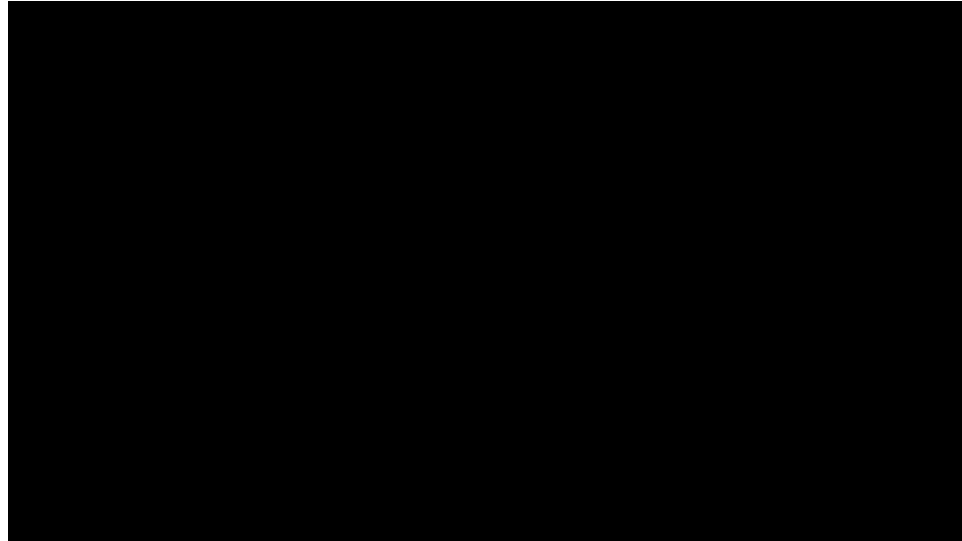
$$\frac{4:2}{10:2} = \frac{2}{5}$$

Moltiplicando numeratore e denominatore per 5 si ha:

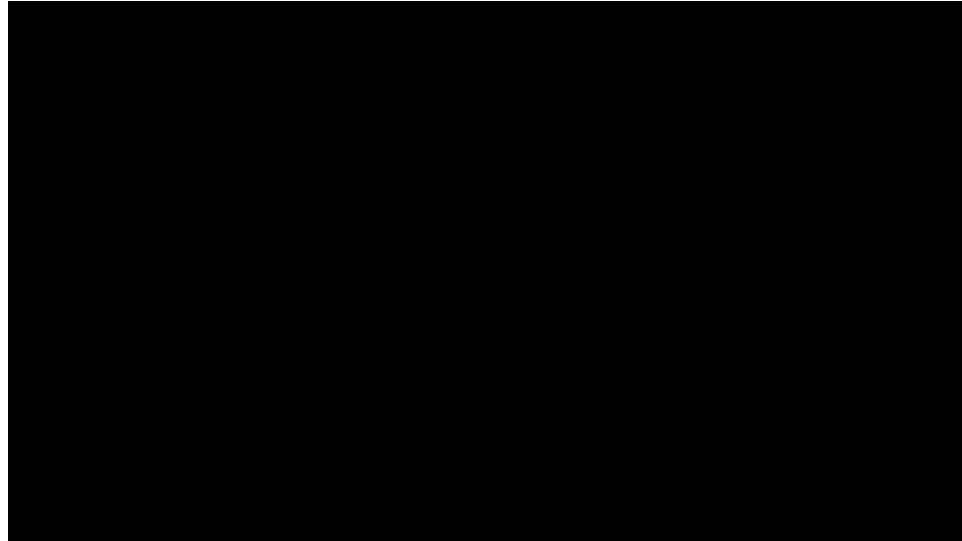
$$\frac{4 \times 5}{10 \times 5} = \frac{20}{50}$$



<https://www.youtube.com/watch?v=vqD9wEPdeQw>



<https://www.youtube.com/watch?v=tTB4WdD4H9E>



FRAZIONI: VIDEO DIDATTICI

FRAZIONI: parte generale

<https://youtu.be/tTB4WdD4H9E>

FRAZIONI: tipi diversi

<https://youtu.be/vqD9wEPdeQw>

FRAZIONI equivalenti e riduzione ai minimi termini

<https://youtu.be/pkCQrwucBII>

FRAZIONI: confronti

<https://youtu.be/CukHHZjo9n4>

FRAZIONI: addizione e sottrazione

<https://youtu.be/-rNyKl3JYxg>

FRAZIONI: moltiplicazione

<https://youtu.be/fJWLQq0q-hk>

FRAZIONI e MCD

<https://youtu.be/dofPk3oDJ1o>

FRAZIONI: espressioni

<https://youtu.be/2zEXZAvCxrI>

FRAZIONI: esempi di problemi

<https://youtu.be/3ucVDWH9rZc>

<https://youtu.be/tOSk4TrE5fc>