



RISORSE DIDATTICHE.



[ResearchGate Project](#) By ... 0000-0001-5086-7401 & [Inkd.in/erZ48tm](https://www.linkedin.com/in/inkd.in/erZ48tm)



.....



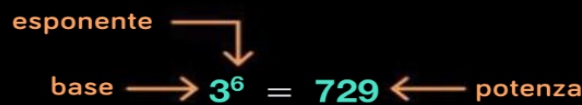
.....

POTENZA

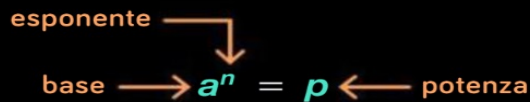


L'elevamento a potenza ti permette di scrivere in maniera abbreviata il prodotto di fattori tutti uguali:

prodotto $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 729 \rightarrow$ **elevamento a potenza** $3^6 = 729$



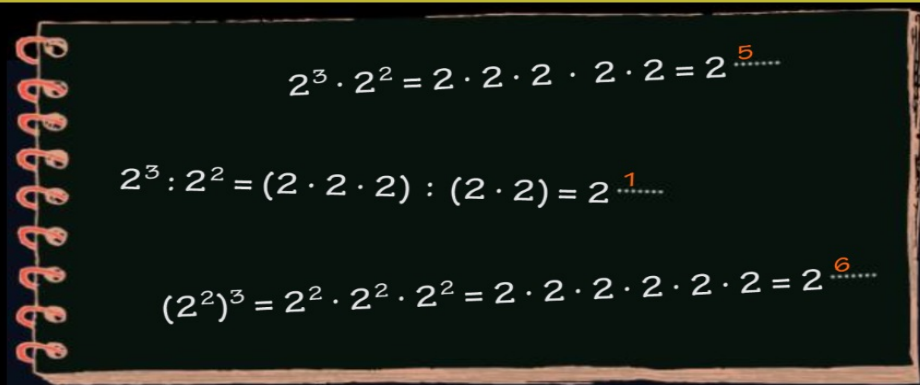
Il numero 3 si chiama *base*, il numero 6 si chiama *esponente*, il risultato dell'operazione è la *potenza*. L'espressione si legge: «tre (elevato) alla sesta uguale a 729».



E, più in generale:

«*a* (elevato) alla *n* uguale a *p*».

La **potenza** di un numero è il numero che si ottiene moltiplicando tanti fattori uguali alla base, quanti ne indica l'esponente.



● Prodotto di potenze con base uguale

Devi calcolare il prodotto di $3^4 \cdot 3^3$ cioè:

$3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$ (quattro fattori) $\cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$ (tre fattori);

che è come dire 3^7 , il prodotto di 7 fattori, cioè 3^{4+3} .

Il **prodotto di potenze con base uguale** è una potenza della stessa base, che ha per esponente la somma degli esponenti.

● Quoziente di potenze con base uguale

Devi calcolare il quoziente di $2^5 : 2^3$.

Calcola il valore delle potenze ed esegui il calcolo:

$$32 : 8 = 4$$

Ma

$$4 = 2^2 = 2^{5-3}$$

$2^5 : 2^3 =$			
\downarrow	\downarrow		
$32 : 8 = 4 = 2^2$			
	quindi		
$2^5 : 2^3 = 2^{5-3} = 2^2$			

Il **quoziente di due potenze con base uguale** è una potenza della stessa base, che ha per esponente la differenza degli esponenti.

PER ESEMPIO

$$3^6 : 3^4 = 3^{6-4} = 3^2$$

$$5^7 : 5^5 = 5^{7-5} = 5^2$$

$$5^5 : 5^7 = 5^{5-7} = 5^{-2}$$

(Vedrai in seguito che significato dare all'ultima potenza.)

● Potenza di una potenza

Devi calcolare il valore di una potenza elevata a potenza: $(2^2)^3$. Se consideri 2 come base e 3 come esponente, applicando la definizione stessa di potenza, ottieni:

$$(2^2)^3 = 2^2 \cdot 2^2 \cdot 2^2.$$

Questo prodotto di potenze con base uguale può essere trascritto come:

$$2^2 \cdot 2^2 \cdot 2^2 = 2^{2+2+2} = 2^{2 \cdot 3} = 2^6 = 64.$$

La **potenza di una potenza** è una potenza della stessa base che ha per esponente il prodotto degli esponenti.

$$\begin{aligned} (2^2)^3 &= \\ &2^2 \cdot 2^2 \cdot 2^2 = \\ &= 2^{2+2+2} = 2^{2 \cdot 3} = 2^6 \\ &\text{quindi} \\ (2^2)^3 &= 2^{2 \cdot 3} = 2^6 \end{aligned}$$

terza proprietà
 $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$

PER ESEMPIO

$$(7^4)^3 = 7^{4 \cdot 3} = 7^{12} \quad (3^2)^3 = 3^{2 \cdot 3} = 3^6 \quad (4^2)^5 = 4^{2 \cdot 5} = 4^{10}$$

● Prodotto di potenze con esponente uguale

Devi calcolare il prodotto di potenze con base diversa, ma esponente uguale:

$$2^3 \cdot 3^3 = ?$$

Puoi trascrivere il prodotto delle potenze come:

$$2 \cdot 2 \cdot 2 \text{ (tre fattori)} \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \text{ (tre fattori)}.$$

Applica al prodotto le *proprietà commutativa e associativa della moltiplicazione*:

$$(2 \cdot 3) \cdot (2 \cdot 3) \cdot (2 \cdot 3).$$

Scritto come potenza diventa:

$$(2 \cdot 3)^3.$$

$$\begin{aligned} &2^3 \cdot 3^3 \\ &2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \\ &\text{quindi} \\ &2^3 \cdot 3^3 = (2 \cdot 3)^3 \end{aligned}$$

Il **prodotto di potenze con esponente uguale** è una potenza con lo stesso esponente, che ha per base il prodotto delle basi.

PER ESEMPIO

$$\begin{aligned} 3^2 \cdot 2^2 &= (3 \cdot 2)^2 = 6^2 \\ 5^3 \cdot 2^3 \cdot 4^3 &= (5 \cdot 2 \cdot 4)^3 = 40^3 \\ 10^3 \cdot 5^3 &= (10 \cdot 5)^3 = 50^3 \end{aligned}$$

● Quoziente di potenze con esponente uguale

Devi calcolare il quoziente di potenze con lo stesso esponente:

$$6^4 : 2^4 = ?$$

Il quoziente, per definizione, sarà il numero che moltiplicato per 2^4 dà come risultato 6^4 . Ma:

$$6 : 2 = 3$$

e, utilizzando la *quarta proprietà* delle potenze (prodotto di potenze con esponente uguale), puoi considerare 6^4 come $3^4 \cdot 2^4$; infatti:

$$3^4 \cdot 2^4 = (3 \cdot 2)^4 = 6^4.$$

Quindi, il quoziente cercato è 3^4 , e avremo:

$$6^4 : 2^4 = 3^4 = (6 : 2)^4.$$

Il **quoziente di due potenze con esponente uguale** è una potenza con lo stesso esponente, che ha per base il quoziente delle basi.

PER ESEMPIO

$$\begin{aligned} 25^3 : 5^3 &= (25 : 5)^3 = 5^3 \\ 50^2 : 10^2 &= (50 : 10)^2 = 5^2 \\ 42^3 : 7^3 &= (42 : 7)^3 = 6^3 \end{aligned}$$

Nell'elevamento a potenza la base si ripete tante volte quanto è indicato dall'esponente. Osserva cosa succede in questi esempi.



Esempio 1 Scrivi sotto forma di potenza $8^2 \cdot 8^3$.

$$8^2 \cdot 8^3 = 8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 = 8^5$$

Risposta: 8^5

Esempio 2 Semplifica.

a) $a^4 \cdot a^3$ b) $x^{32} \cdot x^{68}$

a) $a^4 \cdot a^3 = aaaa \cdot aaa = a^7$
 b) $x^{32} \cdot x^{68} = \underbrace{x \cdot x \dots \cdot x}_{32 \text{ volte}} \cdot \underbrace{x \cdot x \dots \cdot x}_{68 \text{ volte}} = x^{100}$

Risposta: a) 8^7 b) x^{100}



LE X SONO IN TUTTO 100.

Esempio 3 Calcola. a) $\frac{5^2}{5}$ b) $\frac{5^4}{5^2}$

a) $\frac{5^2}{5} = \frac{5 \cdot 5}{5} = 5$

b) $\frac{5^4}{5^2} = \frac{5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5}{5 \cdot 5} = 5^2 = 25$

Risposta: a) 5 b) 25

Il risultato non cambia se dividendo e divisore vengono divisi per uno stesso numero. Questa operazione si può ripetere più volte.

Esempio 4 Semplifica. a) $\frac{x^6}{x^2}$ b) $\frac{x^7}{x^6}$

a) $\frac{x^6}{x^2} = \frac{x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x}{x \cdot x} = x^4$

b) $\frac{x^7}{x^6} = \frac{x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x}{x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x} = x$

Risposta: a) x^4 b) x



SI DIVIDE SOPRA E SOTTO PER X.

Esempio 5 Scrivi sotto forma di un'unica potenza $(5^2)^3$.

$$(5^2)^3 = 5^2 \cdot 5^2 \cdot 5^2 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 5^6$$

Risposta: 5^6

Esempio 6 Semplifica $(x^{40})^3$.

$$(x^{40})^3 = x^{40} \cdot x^{40} \cdot x^{40} = \underbrace{xxx \dots x}_{40 \text{ volte}} \cdot \underbrace{xxx \dots x}_{40 \text{ volte}} \cdot \underbrace{xxx \dots x}_{40 \text{ volte}} = x^{120}$$

Risposta: x^{120}



TRE GRUPPI DA QUARANTA X

$$x^2 \cdot x^4 = xx \cdot xxxx = x^6$$

$$a^3 \cdot a^4 = aaa \cdot aaaa = a^7$$

$$c^{10} \cdot c^{50} = \underbrace{cc \dots c}_{10 \text{ volte}} \cdot \underbrace{cc \dots c}_{50 \text{ volte}} = c^{60}$$

$$2^{15} \cdot 2^9 = \underbrace{2 \cdot 2 \cdot \dots \cdot 2}_{15 \text{ volte}} \cdot \underbrace{2 \cdot 2 \cdot \dots \cdot 2}_{9 \text{ volte}} = 2^{24}$$

PRODOTTO DI POTENZE CON BASE UGUALE

Il prodotto di potenze che hanno la stessa base è una potenza che ha

- per base la stessa base dei fattori del prodotto
- per esponente la somma degli esponenti dei fattori.

$$x^m \cdot x^n = x^{m+n} \qquad x^m \cdot x^n = \underbrace{xx \dots x}_m \cdot \underbrace{xx \dots x}_n = x^{m+n}$$

$$\frac{x^5}{x^3} = \frac{x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x}{x \cdot x \cdot x} = x^2$$

$$\frac{x^{50}}{x^{47}} = \frac{\underbrace{xxx \dots x}_{50 \text{ volte}}}{\underbrace{xxx \dots x}_{47 \text{ volte}}} = x^3$$

$$\frac{x^m}{x^n} = \frac{\underbrace{xx \dots x}_m}{\underbrace{xx \dots x}_n} = x^{m-n}$$

QUOZIENTE DI POTENZE CON BASE UGUALE

Il quoziente di potenze che hanno la stessa base è una potenza che ha

- per base la stessa base del dividendo e del divisore
- per esponente la differenza degli esponenti di dividendo e divisore.

$$\frac{x^m}{x^n} = x^{m-n}$$

$x \neq 0$

$$(a^5)^2 = a^5 \cdot a^5 = aaaaa \cdot aaaaa = a^{10}$$

POTENZA DI POTENZA

Quando una potenza viene elevata a una potenza

- la base rimane la stessa
- l'esponente è il prodotto degli esponenti.

$$(x^m)^n = \underbrace{x^m \cdot x^m \dots x^m}_n = \underbrace{xx \dots x}_m \cdot \underbrace{xx \dots x}_m \cdot \dots \cdot \underbrace{xx \dots x}_m = \underbrace{xx \dots x}_{m \cdot n \text{ volte}} = x^{m \cdot n}$$

---- PROPRIETA' DELLE potenze --

<https://library.weschool.com/lezione/proprieta-potenze-potenza-di-potenzamatematica-12977.html>

---- VIDEO su potenze --

<https://www.youtube.com/watch?v=mcAVZ1LV1a0>

<https://www.youtube.com/watch?v=IIN8-0lypho>

<https://www.youtube.com/watch?v=IEFeETKcpeU>

<https://www.youtube.com/watch?v=3iD2HH9xpfw>

<https://www.youtube.com/watch?v=Ug8snxHV5Yo>

RADICE QUADRATA

<https://www.researchgate.net/publication/348818429>