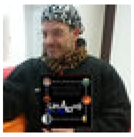
RISORSE DIDATTICHE.



【ResearchGate Project】 *By … 0000-0001-5086-7401 & lnkd.in/erZ48tm*

.

.

.

.

.

.

.

.

.

.

.

.

.

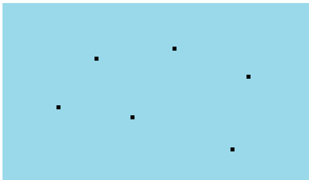
PUNTO

Il **PUNTO** è il primo **ENTE GEOMETRICO FONDAMENTALE**.

Come abbiamo detto, nella lezione precedente, gli **ENTI GEOMETRICI FONDAMENTALI** sono **ENTITA'** per le quali non viene data **NESSUNA DEFINIZIONE**.

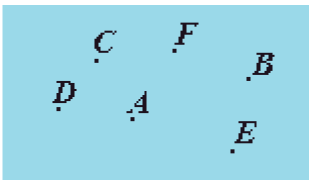
Come possiamo spiegare, allora, che cos'è un punto?

Proviamo ad appoggiare la punta di una matita ben temperata su un foglio di carta: il segno che essa lascia è un punto.

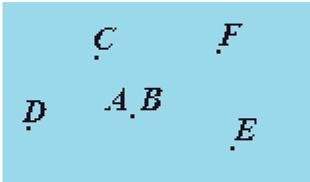


Il **PUNTO** è **PRIVO** di qualsiasi **DIMENSIONE**: esso indica solamente una **POSIZIONE**.

Il punto viene indicato con una **LETTERA MAIUSCOLA** dell'alfabeto: *A*, *B*, *C*,..... Quindi diremo *punto A*, *punto B*, *punto C,* e così via.



Quando due punti ***A*** e ***B***, occupano la **STESSA POSIZIONE**, e quindi coincidono, avremo:



In questo caso, si scrive:

$$A \equiv B$$

che si legge

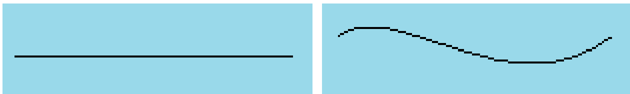
il punto A coincide con il punto B.

L'**insieme di tutti i punti** che esistono prende il nome di **SPAZIO**.

LINEA

Continuiamo a parlare di **ENTI GEOMETRICI FONDAMENTALI** e, in particolare, occupiamoci della **LINEA**.

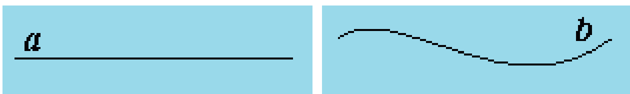
Se lasciamo scorrere la punta di una matita su un foglio di carta il segno che essa lascia è una linea.



Quelle che abbiamo disegnato sopra sono due linee.

La **LINEA** è **PRIVA** di **SPESSORE**: di una linea possiamo indicare solamente la **LUNGHEZZA**.

La linea viene indicata con una **lettera minuscola** dell'alfabeto: *a*, *b*, *c*,..... Quindi diremo *linea a*, *linea b*, *linea c,* e così via.



PIANO

Continuiamo a parlare di **ENTI GEOMETRICI FONDAMENTALI** e, in particolare, occupiamoci del **PIANO**.

Immaginiamo di prendere un foglio di carta ben teso: esso ci fornisce un'idea di cos'è un piano geometrico. In realtà si tratta di un'immagine alquanto approssimativa del piano per due ragioni:

- il **PIANO** ha solo due dimensioni: la **LUNGHEZZA** e la **LARGHEZZA**, ma è **PRIVA** di **SPESSORE**;
- il **PIANO** deve essere immaginato come **ESTESO IN TUTTI I SENSI ALL'INFINITO**.

Tuttavia, per rappresentare il **PIANO** ci limiteremo a disegnare solamente una parte di esso. Così:

Il pianto viene indicato con una **lettera minuscola dell'alfabeto greco**: *α, β, γ*,..... Quindi disegneremo, ad esempio:

Ricordiamo che

$\boldsymbol{\alpha}$

si legge

***alfa*.**

$\boldsymbol{\beta}$

si legge

***beta*.**

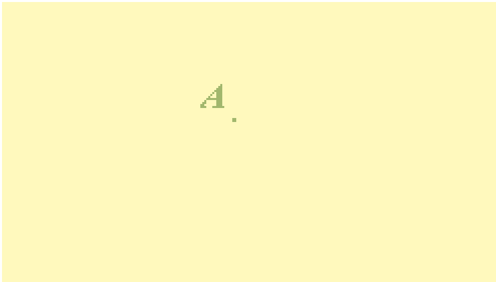
$\boldsymbol{\gamma}$

si legge

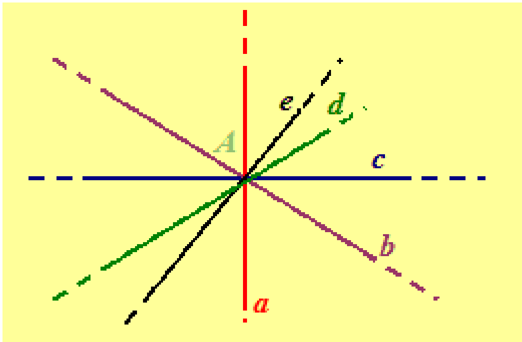
***gamma*.**

PROPRIETA' RETTA

Su un foglio di carta fissiamo un punto ***A***:



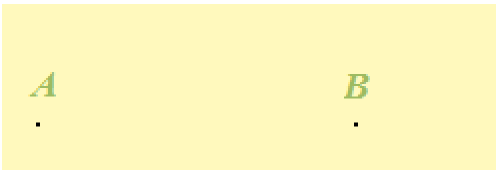
Ora, aiutandoci con una riga, tracciamo alcune rette passanti per il punto ***A***. Per rendere più chiaro il grafico indichiamo ogni retta con un colore diverso:



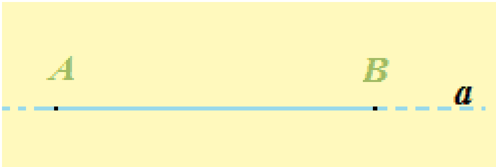
Una volta disegnate un bel po' di rette passanti per il punto ***A*** possiamo notare che è sempre possibile disegnarne ancora delle altre.

Possiamo dire allora che **PER UN PUNTO PASSANO INFINITE RETTE**.

Ora, invece, disegniamo due punti distinti ***A*** e ***B***:



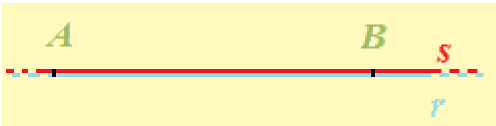
Ora proviamo a disegnare tutte le rette che passano sia per il punto *A* che per il punto *B*. Vedremo che è possibile disegnare un'unica retta passante per entrambi i punti:



Quindi possiamo affermare che **PER DUE PUNTI PASSA UNA SOLA RETTA**.

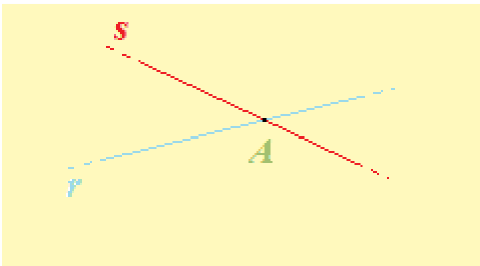
Per questa ragione si dice che **DUE PUNTI DISTINTI** ***A*** e ***B*** **INDIVIDUANO** una **SOLA RETTA**, la retta ***AB***.

Di conseguenza, se due rette hanno due punti in comune, esse avranno anche tutti gli altri punti in comune:



In questo caso le due **RETTE** si dicono **UGUALI**.

Ne consegue che **DUE RETTE DISTINTE non** possono avere **più** di **UN PUNTO IN COMUNE**.



Quando due rette si incontrano in un punto si dice che esse sono **INCIDENTI** o **SECANTI**. Il punto comune ad entrambe le rette si dice **INTERSEZIONE** delle due rette.

Nel nostro esempio il punto ***A*** è l'intersezione delle rette ***r*** e ***s***.

POSIZIONI RETTA SU PIANO

In questa lezione vediamo quali sono le **POSIZIONI RECIPROCHE di UNA RETTA e di UN PIANO**.

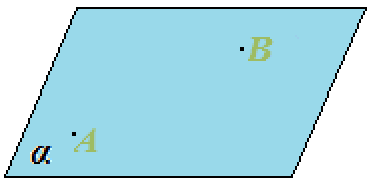
Ricordiamo che il **PIANO** è un **ENTE GEOMETRICO FONDAMENTALE**.

Esso ha solamente due dimensioni: la **LUNGHEZZA** e la **LARGHEZZA** e deve essere immaginato come **ESTESO IN TUTTI I SENSI ALL'INFINITO**.

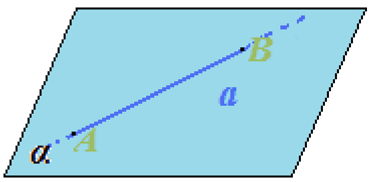
Rispetto ad un **PIANO**, una **RETTA** può essere:

- **GIACENTE**;
- **PARALLELA**;
- **INCIDENTE**.

Consideriamo due punti distinti di un pianto, che chiameremo ***A*** e ***B***:



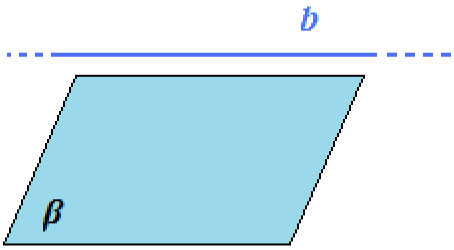
Ora, aiutandoci con un righello tracciamo una retta passante per ***A*** e ***B***:



Possiamo notare che tutti i punti della retta sono situati sul piano. Diremo allora che, se una **RETTA** ha in **COMUNE con un PIANO**, **DUE PUNTI**, la retta **GIACE sul PIANO**.

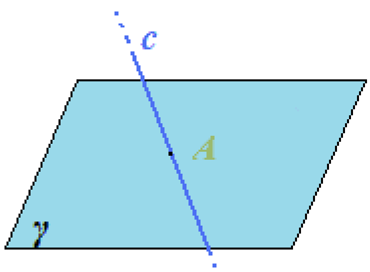
Ora immaginiamo di avere la retta b e il piano β. Ipotizziamo che

la **RETTA** b **NON** abbia **ALCUN PUNTO IN COMUNE** con il piano β:



Possiamo notare che nessun punto della retta è situato sul piano. Diremo allora che, se una **RETTA NON HA ALCUN PUNTO IN COMUNE con un PIANO** essa si dice **PARALLELA al PIANO**.

Infine consideriamo il caso in cui la retta c ha un **SOLO PUNTO IN COMUNE** con il piano γ. Ovvero:

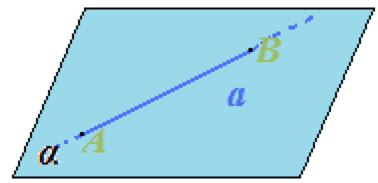


Diremo allora che, se una **RETTA HA SOLAMENTE UN PUNTO IN COMUNE con un PIANO** essa si dice **INCIDENTE al PIANO**.

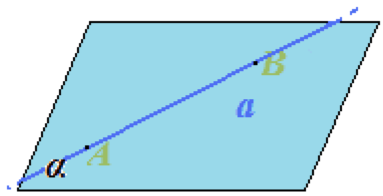
SEMIPIANO

Nella lezione precedente abbiamo detto che, se una **RETTA** ha in **COMUNE con un PIANO DUE PUNTI**, la retta **GIACE sul PIANO**.

Graficamente avremo:



Riprendiamo l'immagine precedente prolungando le due estremità della retta:



Possiamo notare che il **PIANO** α viene **DIVISO** dalla **RETTA** a in **DUE PARTI ILLIMITATE** ciascuna delle quali prende il nome di **SEMIPIANO**.

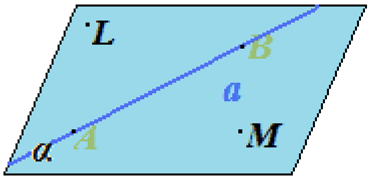
Quindi il **SEMIPIANO** può essere definito come una della parti di un
piano **DELIMITATA** da una **RETTA GIACENTE** sul piano stesso.

La **RETTA** a è detta **ORIGINE** di ciascuno dei due semipiani che essa forma.

Un **SEMIPIANO** viene indicato con la sua **ORIGINE** e un **ALTRO SUO PUNTO**.

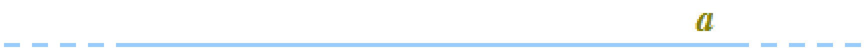
Ad esempio, nell'immagine che segue, i due semipiani che hanno origine nella
retta a sono:

- αL;
- αM.

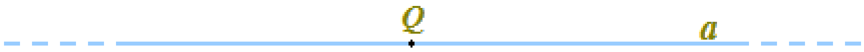


SEMIRETTA

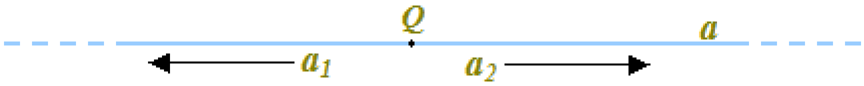
Prendiamo una **RETTA** ***a***



Su di essa disegniamo un punto ***Q***:



Notiamo che la retta viene divisa dal punto ***Q*** in due parti. Chiameremo queste due parti, rispettivamente a_1 e a_2:



Notiamo che a_1 e a_2:

- iniziamo entrambe dal punto ***Q***;
- si trovano da parti opposte rispetto a ***Q***;
- ognuna di esse è infinita dalla parte opposta a ***Q***.

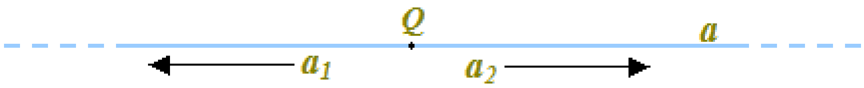
Le due parti della retta a_1 e a_2 prendono il nome di **SEMIRETTE**.

Possiamo affermare, quindi, che una **SEMIRETTA** è ciascuna delle **DUE PARTI** in cui una **RETTA** rimane **DIVISA da un PUNTO**.

Notiamo che la **SEMIRETTA** ha un inizio (il punto *Q*), ma non ha una fine.

Essa ha una sola dimensione: la **LUNGHEZZA**.

Torniamo ad osservare la nostra immagine:



Il punto *Q* prende il nome di **ORIGINE** delle semirette a_1 e a_2.

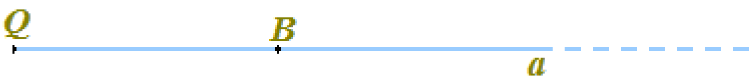
Le due **SEMIRETTE** in cui rimane divisa una retta da un suo punto, si dicono **SEMIRETTE OPPOSTE**.

Quindi le semirette a_1 e a_2 nelle quali rimane divisa la retta *a* dal punto *Q*, sono due semirette opposte.

La **SEMIRETTA** può essere indicata in due modi diversi:

- con una **lettera minuscola**;
- con due **LETTERE MAIUSCOLE** di cui la prima è l'**ORIGINE** della semiretta e la seconda un **QUALSIASI ALTRO PUNTO** della semiretta.

Esempio:



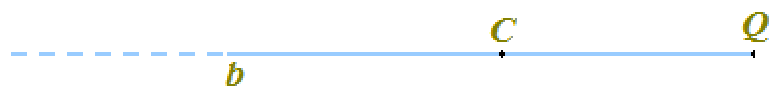
Abbiamo disegnato una semiretta avente come origine il punto Q.

Su questa semiretta abbiamo disegnato un altro punto qualsiasi B.

Ora possiamo indicare la nostra semiretta:

- con una lettera minuscola, nel nostro caso abbiamo scelto a;
- oppure con le lettere maiuscole QB.

Vediamo un altro esempio:



Anche in questo caso abbiamo disegnato una semiretta avente come origine il punto Q.

Su questa semiretta abbiamo disegnato un altro punto qualsiasi C.

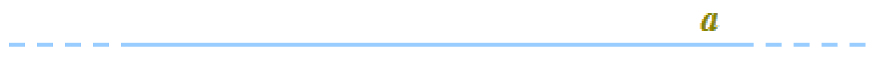
Ora possiamo indicare la nostra semiretta:

- con una lettera minuscola, nel nostro caso abbiamo scelto b;
- oppure con le lettere maiuscole QC.

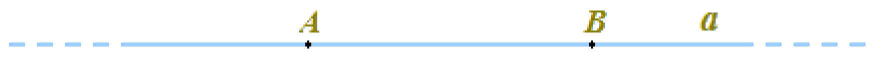
ATTENZIONE!!! Se indichiamo la semiretta con due **LETTERE MAIUSCOLE** dobbiamo indicare per prima sempre l'origine e poi un altro punto.

SEGMENTO

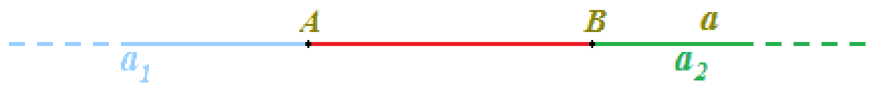
Prendiamo una **RETTA** ***a***



Su di essa disegniamo due punti ***A*** e ***B***:



Notiamo che la retta ***a*** viene divisa dai punti ***A*** e ***B*** in tre parti che indicheremo con colori diversi per rendere più chiara la nostra immagine:



La prima parte l'abbiamo contrassegnata in **AZZURRO**. Essa è una **SEMIRETTA** illimitata dalla parte opposta ad ***A***. L'abbiamo chiamata a_1.

La terza parte l'abbiamo contrassegnata in **VERDE**. Essa è una **SEMIRETTA** illimitata dalla parte opposta a ***B***. L'abbiamo chiamata a_2.

La seconda parte l'abbiamo contrassegnata in **ROSSO**. Si tratta di una parte di retta limitata dai due punti ***A*** e ***B***. Tale porzione di retta prende il nome di **SEGMENTO**.

Un **SEGMENTO**, quindi, è la **PARTE DI RETTA LIMITATA da DUE PUNTI**.

Notiamo che il **SEGMENTO** ha un inizio (il punto ***A***) e una fine (il punto ***B***).

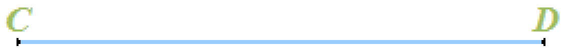
Essa ha una sola dimensione: la **LUNGHEZZA**.

Un segmento viene indicato con due **LETTERE MAIUSCOLE** che rappresentano i suoi due **ESTREMI**.

Esempio:

nell'immagine precedente, il segmento disegnato è il segmento ***AB***.

Vediamo un altro esempio:



In questo caso, il segmento disegnato è il segmento ***CD***.

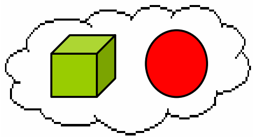
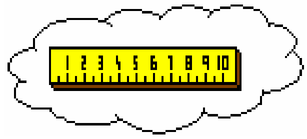
FONTE: https://www.lezionidimatematica.net/indici/indice_geometria_piana.htm

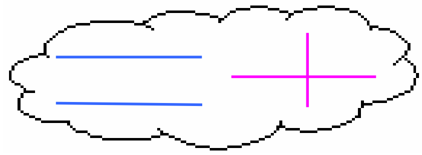
GEOMETRIA

CAP. 1 - GLI ELEMENTI PRIMITIVI

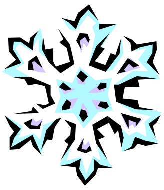
1 Geometria e realtà
2 Elementi primitivi della geometria
3 Punto
4 Figura geometrica
5 Figure congruenti
6 Linea
7 Retta
8 Proprietà della retta
9 Punti allineati
10 Semiretta
11 Semirette consecutive e opposte
12 Piano
13 Semipiano
14 Segmento
15 Segmenti consecutivi
16 Spezzata
17 Segmenti adiacenti
18 Distanza fra due punti
19 Segmenti coincidenti
20 Segmenti congruenti
21 Confronto di segmenti
22 Somma di due segmenti
23 Differenza di due segmenti
24 Multiplo e sottomultiplo di un segmento
25 Punto medio del segmento
26 Lunghezza di un segmento
27 Misura della lunghezza di un segmento

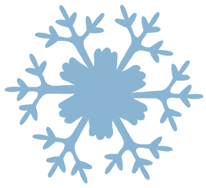
1. Geometria e realtà

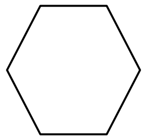
La geometria studia la forma,  le dimensioni 

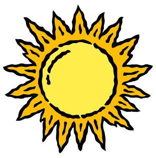
e le reciproche posizioni  delle **figure geometriche**

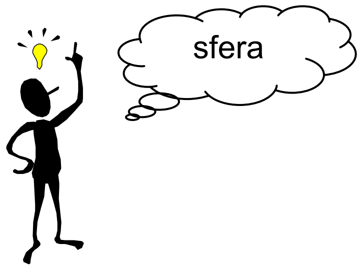
che sono concetti astratti, semplici e perfetti, suggeriti dagli oggetti reali.

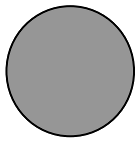


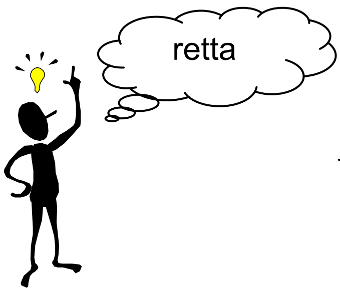


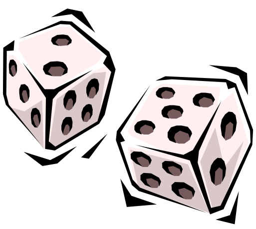


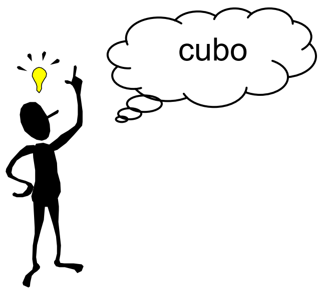


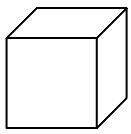






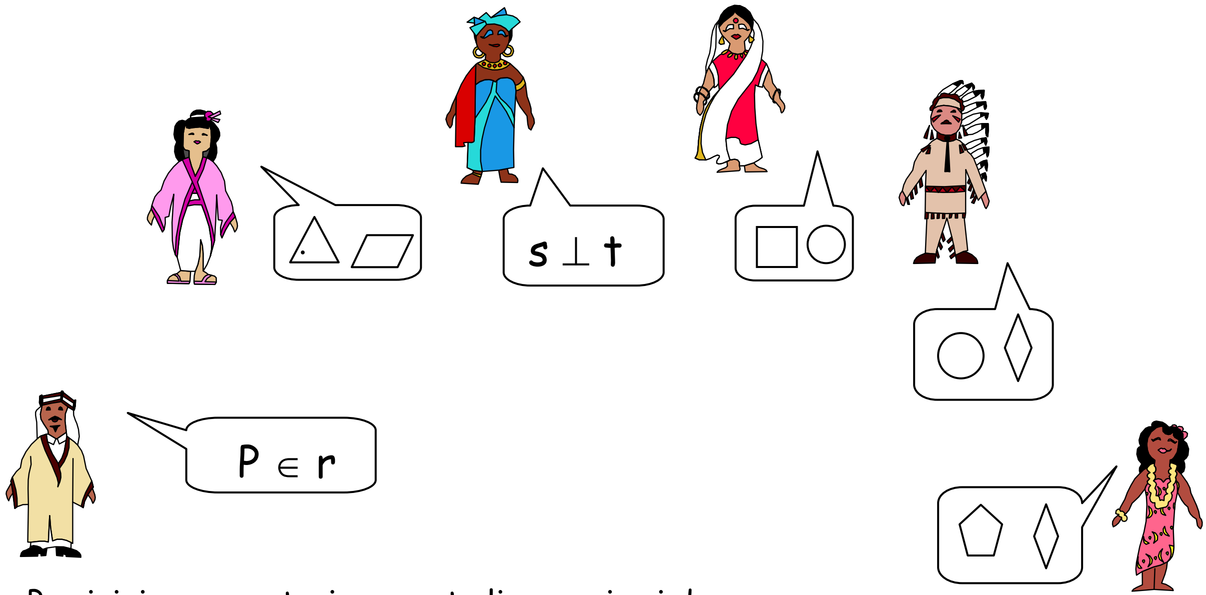






2. Elementi primitivi della geometria

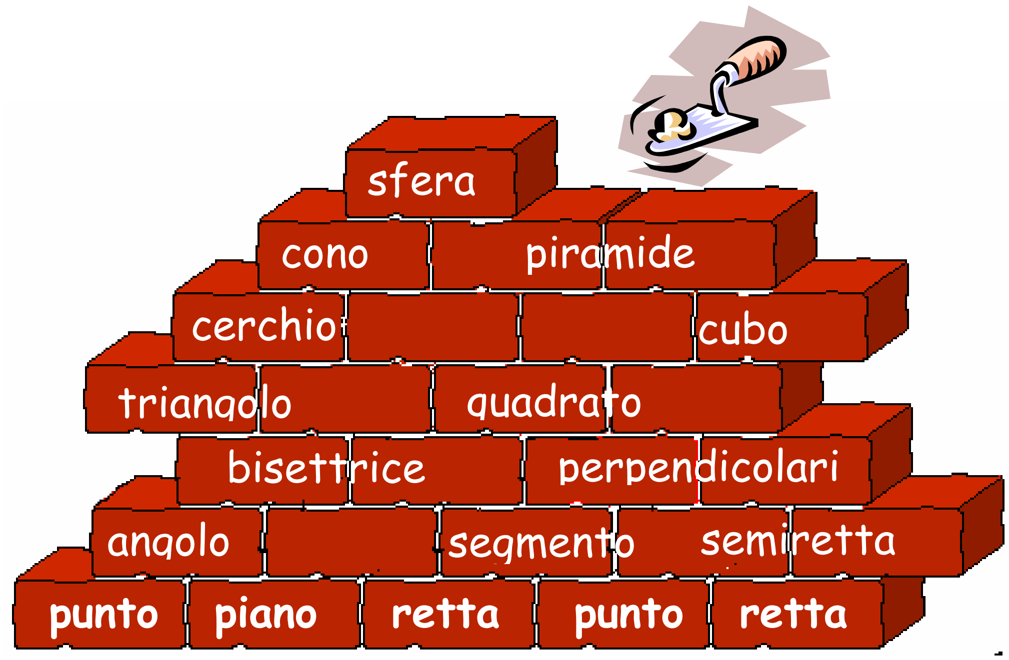
La geometria usa un linguaggio formale e universale.



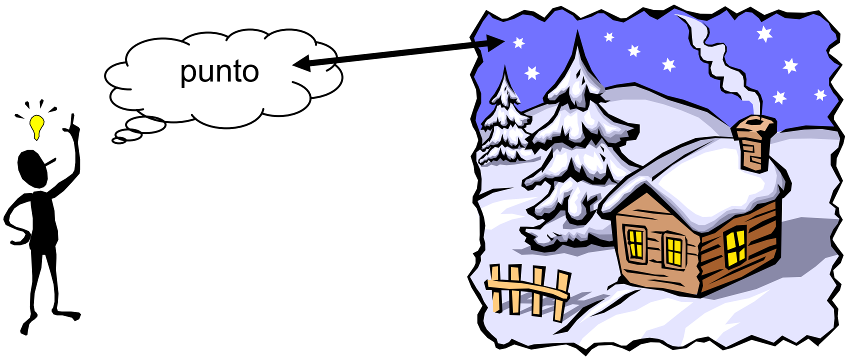
Per iniziare a costruire questo linguaggio si devono utilizzare alcuni concetti intuitivi, **gli enti geometrici fondamentali:**

PUNTO RETTA PIANO

Da queste semplici figure, che **non sono definibili**, si costruiscono e si definiscono tutte le altre figure.



3. Punto



- Il punto non ha dimensioni
- Il punto si indica con una lettera stampata maiuscola
- Un punto individua una posizione

punto P

4. Figura geometrica

Una figura geometrica è un qualsiasi insieme (non vuoto) di punti.

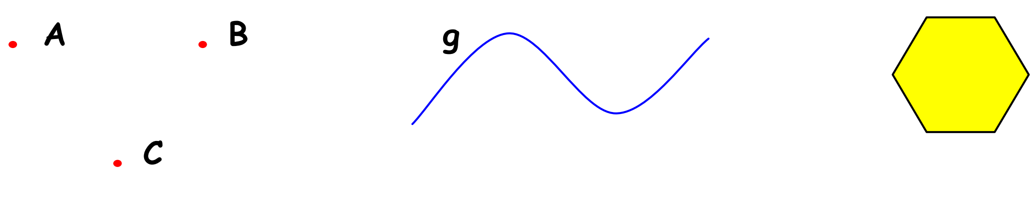
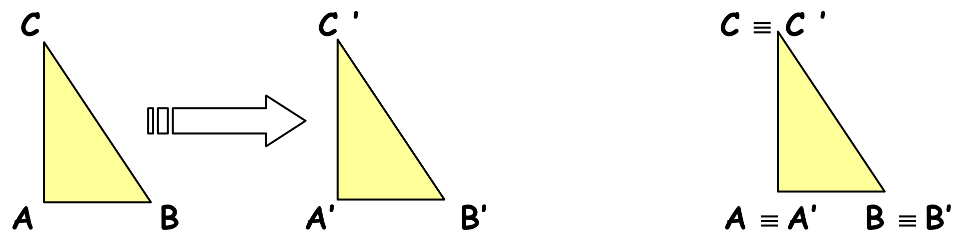


figura F_1 figura F_2 figura F_3

In geometria le figure sono considerate rigide, cioé tali che non si deformano durante un movimento.

5. Figure congruenti

Due figure si dicono congruenti ($\cong$) quando, sovrapposte mediante un movimento, coincidono ($\equiv$) punto per punto.

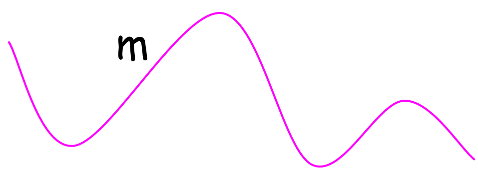


ABC $\cong$ A'B'C'

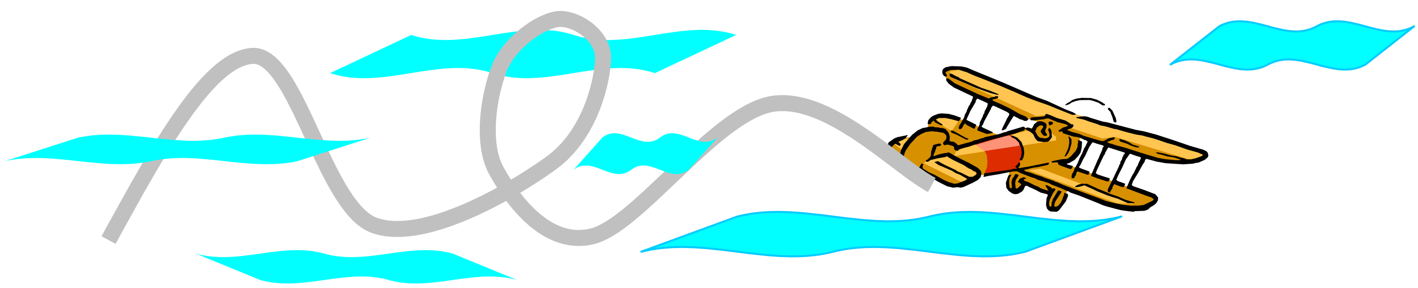
(si legge: il triangolo ABC è congruente al triangolo A'B'C')

6. Linea

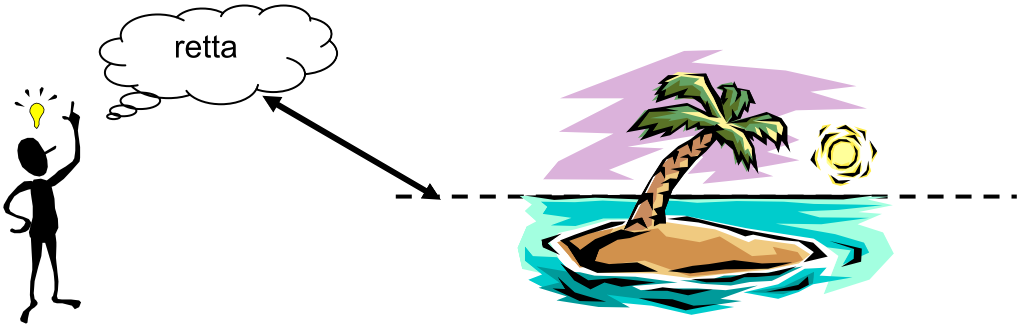
Un punto in movimento individua infinite posizioni o punti; l'insieme di tali punti costituisce una linea.



Le linee si indicano con lettere minuscole.



7. Retta

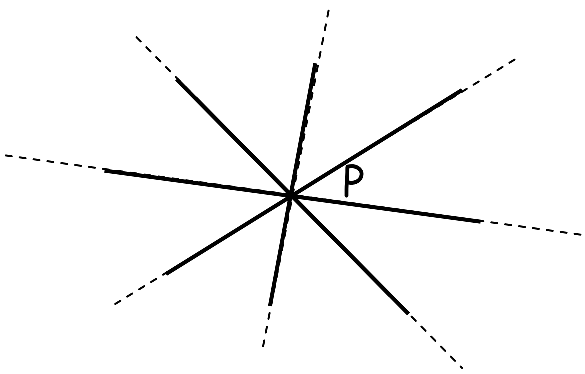


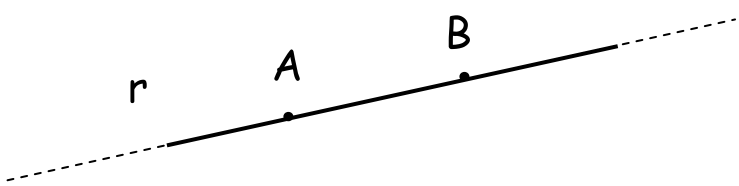
- La retta ha una sola dimensione, la **lunghezza**
- La retta si indica con una lettera minuscola o con due suoi punti
- La retta è **illimitata**

retta AB oppure retta r

8. Proprietà della retta

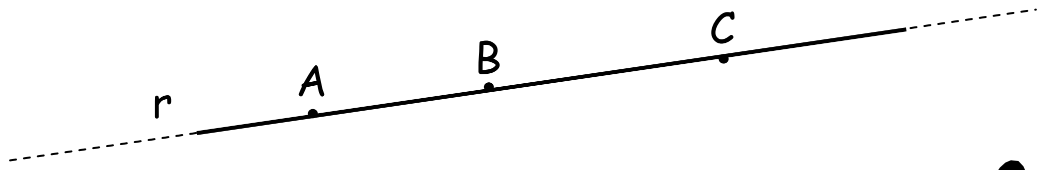
- Per un punto passano infinite rette
- Per due punti passa una sola retta

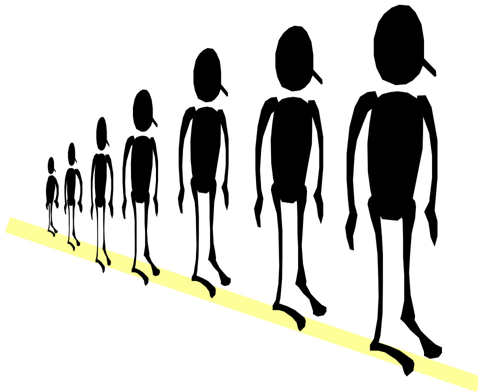




9. Punti allineati

Tre o più punti si dicono allineati se esiste una retta a cui tutti appartengono. ($\in$)



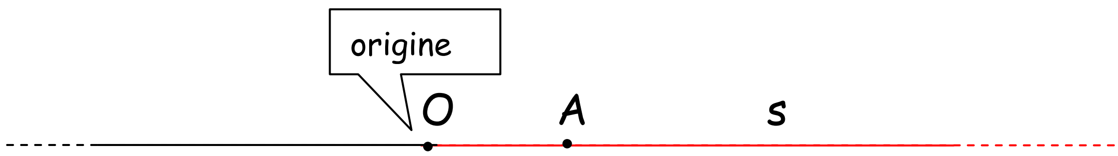


$A \in r$ $\qquad$ $B \in r$ $\qquad$ $C \in r$

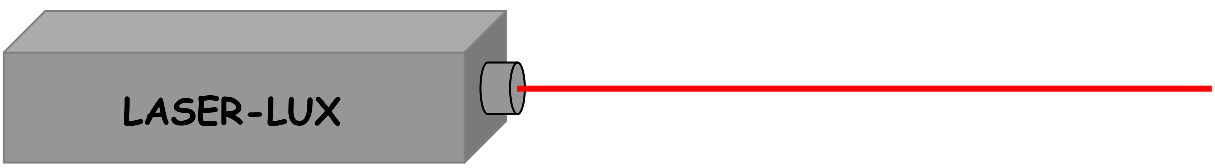
A, B, C sono punti allineati

10. Semiretta

La semiretta è ciascuna delle due parti in cui una retta è divisa da un suo punto, detto **origine** della semiretta.

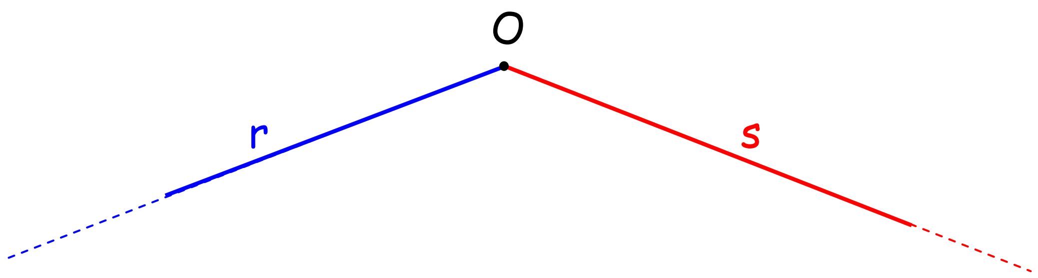


semiretta s oppure semiretta OA

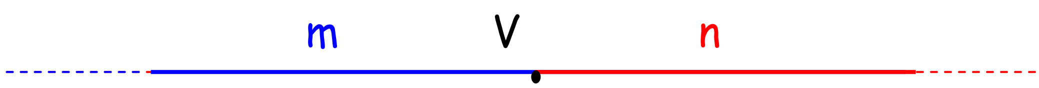


11. Semirette consecutive e opposte

- Due semirette si dicono consecutive se hanno solo l'origine in comune.
- Due semirette consecutive si dicono opposte se appartengono alla stessa retta.

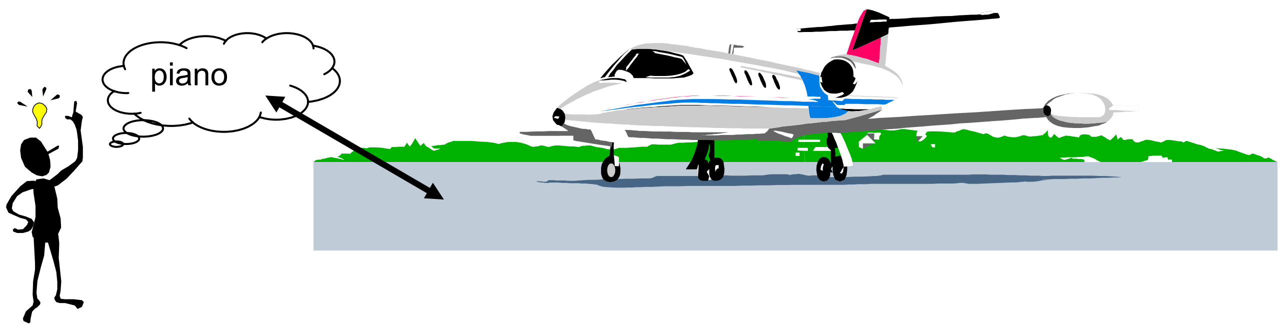


r, s sono semirette consecutive



m, n sono semirette opposte (o adiacenti)

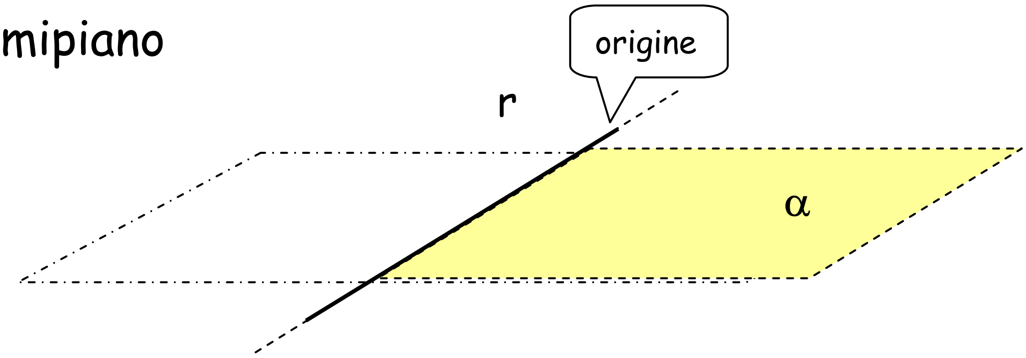
12. Piano



- Il piano ha due dimensioni. La **lunghezza** e la **larghezza**
- Il piano si indica con una **lettera** dell'alfabeto **greco**
- Il piano si estende all'**infinito** sia in lunghezza che in larghezza

Piano α

13. Semipiano



Semipiano α

Il semipiano è ciascuna delle due parti in cui un piano è diviso da una sua retta, detta **origine** del semipiano.

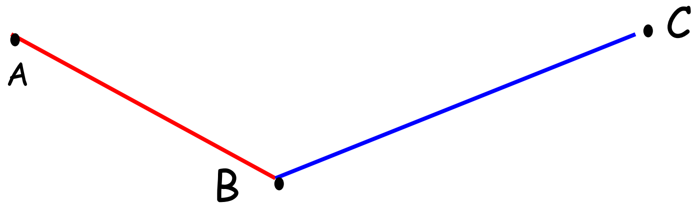
14. Segmento

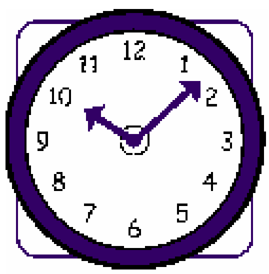
Il segmento è la parte di retta compresa tra due punti della retta stessa chiamati **estremi** del segmento.

segmento AB

15. Segmenti consecutivi

Due segmenti si dicono consecutivi quando hanno uno e un solo estremo in comune.

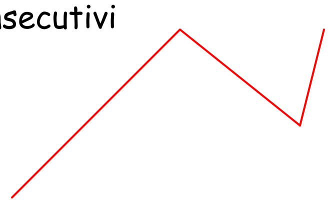




AB e BC sono segmenti consecutivi

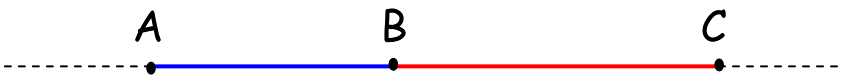
16. Spezzata

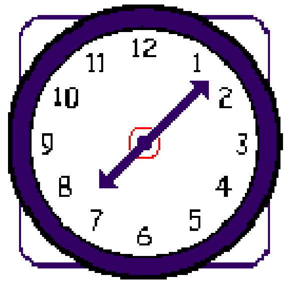
Si dice spezzata la linea formata da più segmenti consecutivi



17. Segmenti adiacenti

Due segmenti consecutivi si dicono adiacenti quando appartengono alla stessa retta.

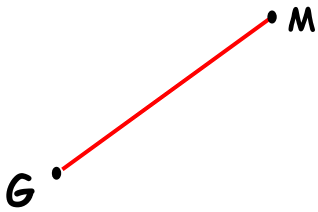




AB e BC sono segmenti adiacenti

18. Distanza tra due punti

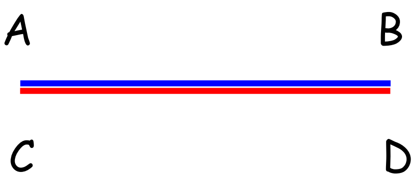
La distanza tra due punti è la linea più breve che li congiunge, cioè il segmento.



GM è la distanza tra i punti A e B

19. Segmenti coincidenti

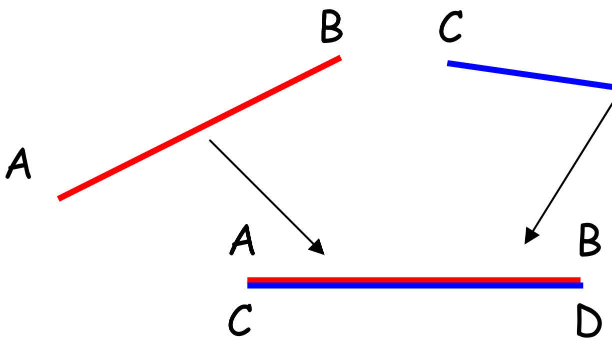
Due segmenti si dicono coincidenti quando i loro estremi coincidono.

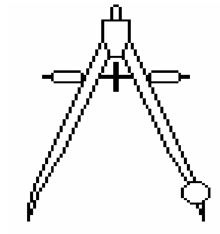


$AB \equiv CD$

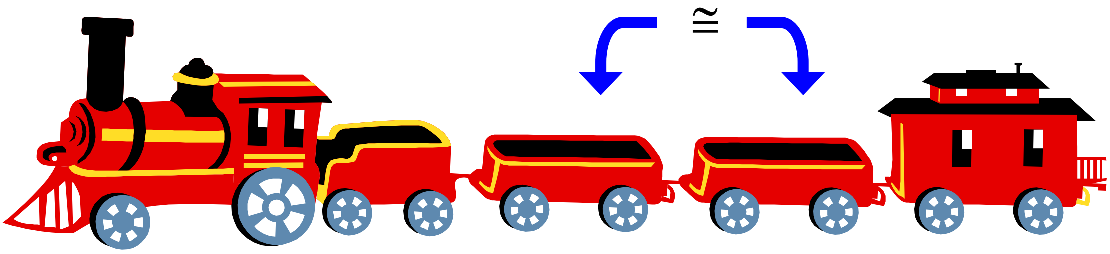
20. Segmenti congruenti

Due segmenti sono congruenti se, sovrapponendoli, sono coincidenti.



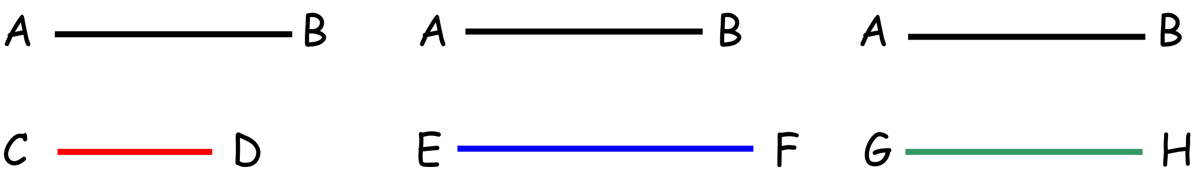


$AB \cong CD$

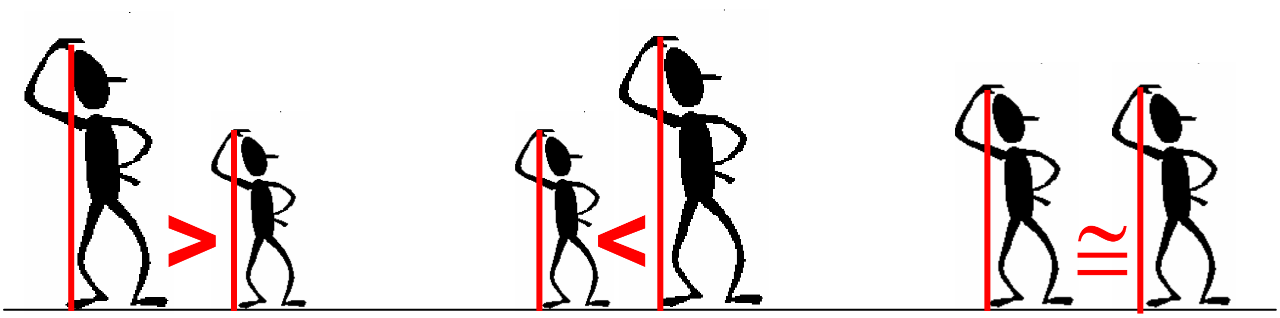


21. Confronto di segmenti

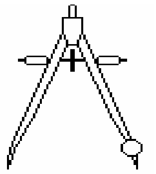
Dati tre segmenti, possono verificarsi solo tre casi:

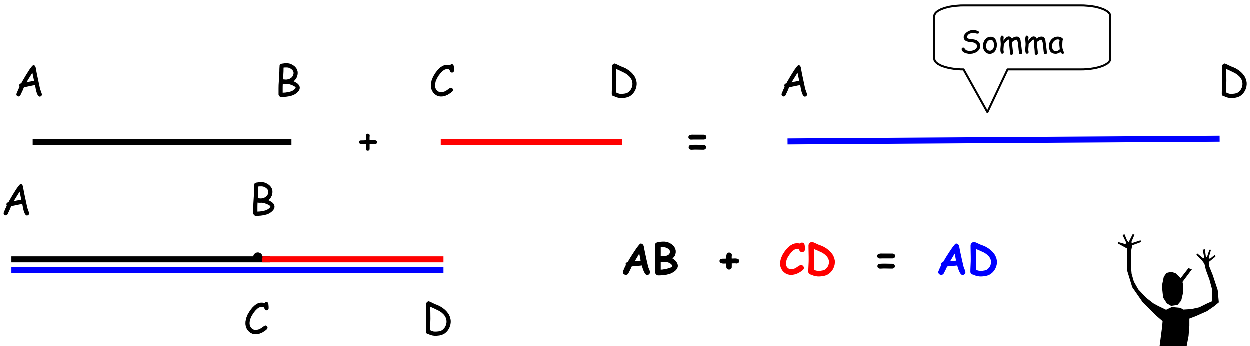


$AB > CD$	$AB < EF$	$AB \cong GH$
maggiore	minore	congruente



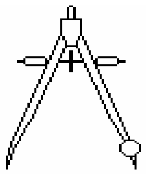
22. Somma di due segmenti

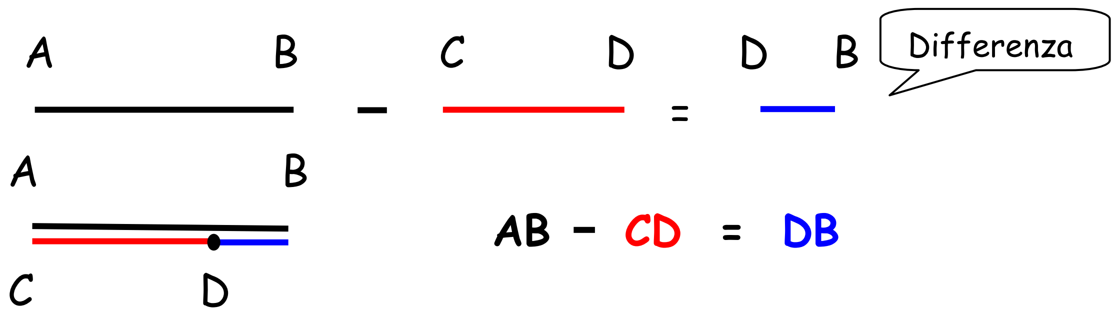




$AB + CD = AD$

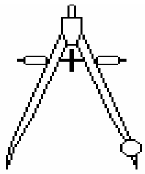
23. Differenza di segmenti





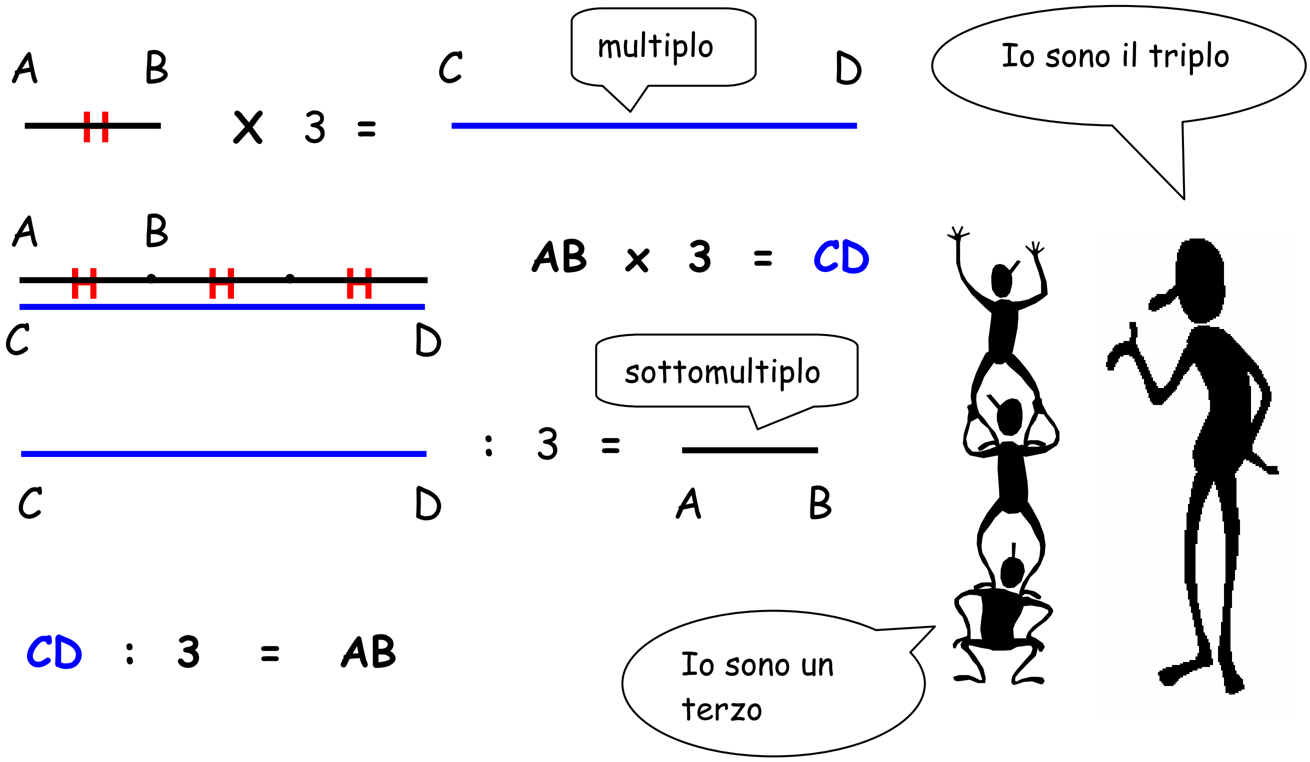
$AB - CD = DB$

24. Multiplo e sottomultiplo di un segmento



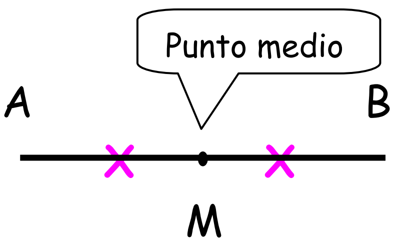
Il multiplo secondo n di un segmento AB è il segmento CD ottenuto sommando n segmenti congruenti ad AB
AB si dice **sottomultiplo** di CD secondo n.

Es. n = 3



25. Punto medio del segmento

Il punto medio di un segmento è il punto che lo divide in due parti congruenti.

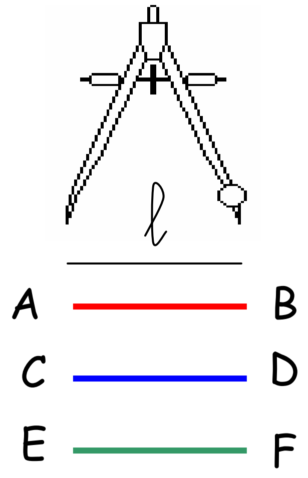


26. Lunghezza di un segmento

Tutti i segmenti congruenti fra loro hanno la stessa lunghezza.

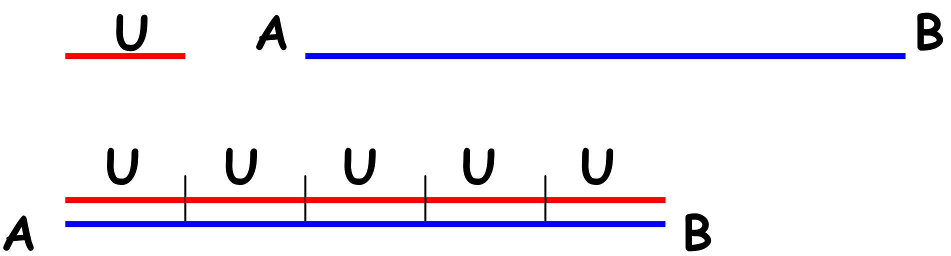
$$AB \cong CD \cong EF$$

La loro lunghezza comune è ℓ



27. Misura della lunghezza di un segmento

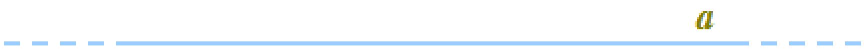
Fissato un segmento che assumiamo come **unità di misura** (ad esempio il centimetro o il metro), chiameremo **misura della lunghezza** di un segmento **AB** il **numero** che esprime quante volte l'unità di misura è contenuta nel segmento stesso.



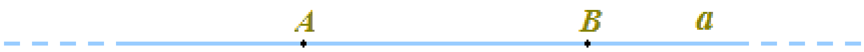
Diremo che la misura di AB è 5 rispetto all'unità U

SEGMENTO

Prendiamo una **RETTA** ***a***



Su di essa disegniamo due punti ***A*** e ***B***:



Notiamo che la retta ***a*** viene divisa dai punti ***A*** e ***B*** in tre parti che indicheremo con colori diversi per rendere più chiara la nostra immagine:

La prima parte l'abbiamo contrassegnata in **AZZURRO**. Essa è una **SEMIRETTA** illimitata dalla parte opposta ad ***A***. L'abbiamo chiamata a_1.

La terza parte l'abbiamo contrassegnata in **VERDE**. Essa è una **SEMIRETTA** illimitata dalla parte opposta a ***B***. L'abbiamo chiamata a_2.

La seconda parte l'abbiamo contrassegnata in **ROSSO**. Si tratta di una parte di retta limitata dai due punti ***A*** e ***B***. Tale porzione di retta prende il nome di **SEGMENTO**.

Un **SEGMENTO**, quindi, è la **PARTE DI RETTA LIMITATA da DUE PUNTI**.

Notiamo che il **SEGMENTO** ha un inizio (il punto ***A***) e una fine (il punto ***B***).

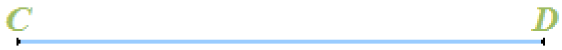
Essa ha una sola dimensione: la **LUNGHEZZA**.

Un segmento viene indicato con due **LETTERE MAIUSCOLE** che rappresentano i suoi due **ESTREMI**.

Esempio:

nell'immagine precedente, il segmento disegnato è il segmento ***AB***.

Vediamo un altro esempio:



In questo caso, il segmento disegnato è il segmento ***CD***.

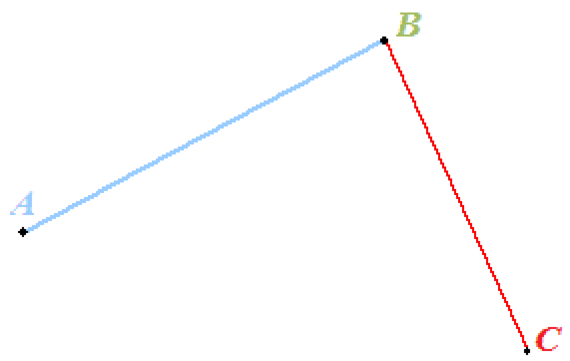
SEGMENTI CONSECUTIVI E SEGMENTI ADIACENTI

Nella lezione precedente abbiamo detto che un **SEGMENTO** è la **PARTE DI RETTA LIMITATA da DUE PUNTI**.

In questa lezione parleremo di **SEGMENTI CONSECUTIVI** e **SEGMENTI ADIACENTI**.

Due **SEGMENTI** che hanno **UN ESTREMO IN COMUNE** si dicono **CONSECUTIVI**.

Esempio:



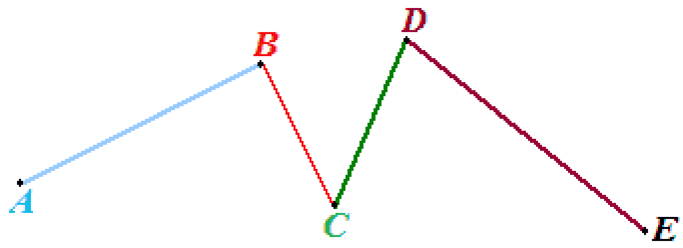
Nel nostro esempio abbiamo disegnato due segmenti:

- il segmento $A\ B$;
- il segmento BC.

Ora notiamo che il punto B è un **ESTREMO** di **ENTRAMBI i segmenti**.

Per questa ragione i due segmenti si dicono **CONSECUTIVI**.

Osserviamo ora questa immagine:



Il segmento ***AB*** e il segmento ***BC*** hanno in comune l'estremo ***B***. Quindi essi sono **consecutivi**.

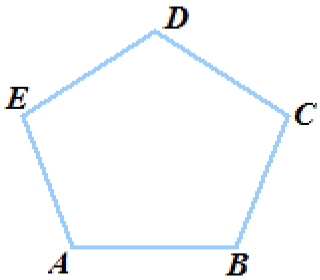
Il segmento ***BC*** e il segmento ***CD*** hanno in comune l'estremo ***C***. Quindi essi sono **consecutivi**.

Il segmento ***CD*** e il segmento ***DE*** hanno in comune l'estremo ***D***. Quindi essi sono **consecutivi**.

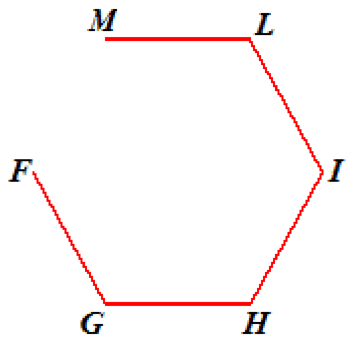
Una **LINEA** formata da **PIU' SEGMENTI CONSECUTIVI** si dice **LINEA SPEZZATA**.

Una **LINEA SPEZZATA** può essere **CHIUSA** oppure **APERTA**.

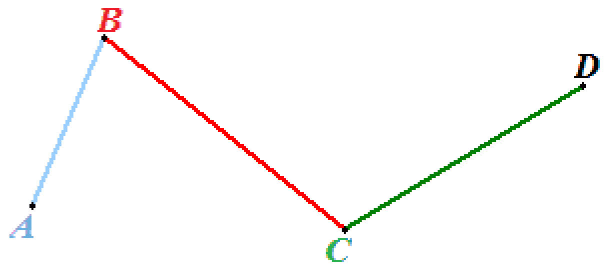
Ecco un esempio di **LINEA SPEZZATA CHIUSA**:



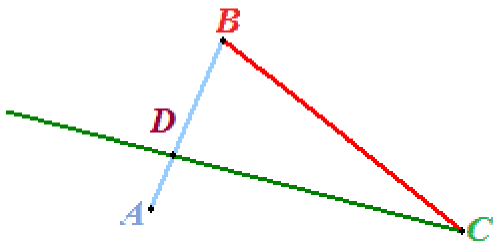
E questo è un esempio di una **LINEA SPEZZATA APERTA**:



Ora osserviamo delle altre immagini.



Questa è una **LINEA SPEZZATA SEMPLICE** poiché i segmenti hanno in **COMUNE SOLO** gli **ESTREMI**. Nel nostro esempio ***B*** e ***C***.



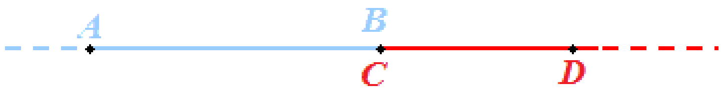
Questa, invece, è una **LINEA SPEZZATA INTRECCIATA** poiché i segmenti hanno in **COMUNE ALTRI PUNTO** oltre agli estremi. Nel nostro esempio il punto ***D***.

I segmenti che formano una **LINEA SPEZZATA** si dicono **LATI** della spezzata.

Passiamo a parlare di segmenti adiacenti.

Due **SEGMENTI** che sono **CONSECUTIVI** e **GIACCIONO SU UNA STESSA RETTA** si dicono **ADIACENTI**.

Esempio:



Nel nostro esempio abbiamo disegnato due segmenti:

- il segmento AB;
- il segmento CD.

Ora notiamo che il punto B e il punto C occupano la stessa posizione, e quindi **coincidono**.

Quindi possiamo scrivere:

$$B \equiv C$$

che si legge

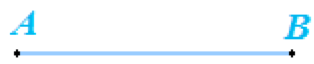
il punto B coincide con il punto C.

Quindi i due segmenti sono consecutivi poiché hanno in comune un estremo. Essi, inoltre, giacciono sulla stessa retta e di conseguenza possiamo dire che sono **ADIACENTI**.

TRASPORTO SEGMENTI

Ci interessa ora capire come è possibile confrontare tra loro due **segmenti**. Per poter fare ciò dobbiamo prima comprendere come è possibile **TRASPORTARE un SEGMENTO** da una posizione ad un'altra.

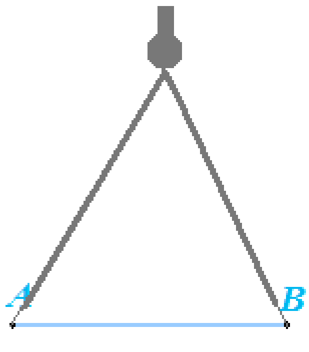
Sia dato il segmento AB:



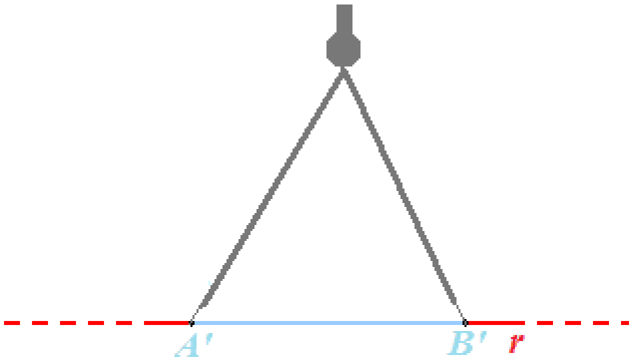
E sia data la retta r:

Ora noi vogliamo **TRASPORTARE il SEGMENTO** AB sulla retta r.

Prendiamo un **COMPASSO**. Facciamo coincidere le sue due punte con i due **ESTREMI** del segmento:



Ora, **SENZA VARIARE L'APERTURA** del compasso sovrapponiamo una delle sue punte sulla retta ***r***, su uno qualsiasi dei suoi punti che chiamiamo ***A'***. L'altra punta del compasso fisserà sulla retta ***r*** un punto che chiameremo ***B'***.



Il segmento ***A'B'*** è la posizione assunta da ***AB*** dopo il trasporto sulla retta ***r***.

E' evidente che i due segmenti ***AB*** e ***A'B'*** pur avendo posizioni diverse sono perfettamente sovrapponibili l'uno all'altro e, dunque, sono **UGUALI**.

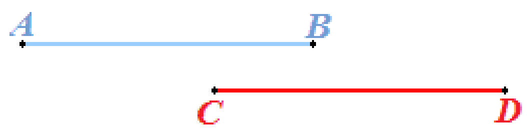
Pertanto possiamo affermare che
due **SEGMENTI** sono **UGUALI** se, **TRASPORTANDO** l'uno sull'altro
sono **PERFETTAMENTE SOVRAPPONIBILI** e ciò si verifica quando i loro estremi coincidono.

CONFRONTO SEGMENTI

Dopo aver parlato, nella lezione precedente, del **TRASPORTO DI UN SEGMENTO**, possiamo vedere come è possibile **CONFRONTARE TRA LORO DUE SEGMENTI**.

Sappiamo che il **SEGMENTO** ha una sola dimensione: la **LUNGHEZZA**.
Pertanto **CONFRONTARE DUE SEGMENTI** significa stabilire se essi hanno la stessa lunghezza o quale tra i due ha la lunghezza maggiore o minore.

Supponiamo di avere i due segmenti AB e CD:



Per poter confrontare i due segmenti e dire se essi hanno o meno la stessa lunghezza è necessario, innanzitutto, trasportare un segmento sull'altro. Quindi sovrapponiamo il segmento AB al segmento CD in modo tale che:

- il punto A coincida con il punto C;
- gli estremi B e D stiano da una stessa parte rispetto ad A.

Avremo allora:

Una volta trasportato il segmento AB sul segmento CD si possono verifica tre casi diversi:

1. Anche l'estremo D e l'estremo B coincidono.

   In questo caso i due segmenti hanno la **STESSA LUNGHEZZA**. In questo caso si dice che i due **SEGMENTI** sono **CONGRUENTI** e si scrive:

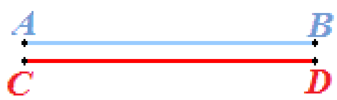
   $$AB \cong CD$$

   e si legge

   il segmento AB è congruente al segmento CD.

   ATTENZIONE!!! Attenzione a non fare confusione tra il concetto di congruenza e quello di eguaglianza.

   Due segmenti sono congrui se hanno la stessa lunghezza, due segmenti sono uguali se sono lo stesso segmento.

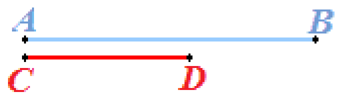
2. L'estremo D è **interno** al segmento AB.

   In questo caso il segmento AB è maggiore del segmento CD. Quindi scriveremo:

$$AB > CD$$

e si legge

il segmento AB è maggiore del segmento CD.



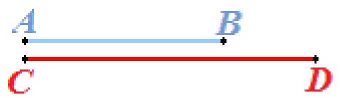
3. L'estremo D è **esterno** al segmento AB.

   In questo caso il segmento AB è minore del segmento CD. Quindi scriveremo:

$$AB < CD$$

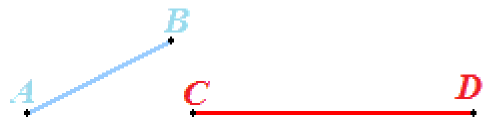
e si legge

il segmento AB è minore del segmento CD.

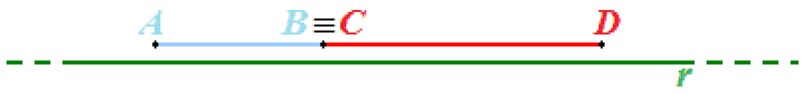


SOMMA SEGMENTI

Supponiamo di voler effettuare la **SOMMA DI DUE SEGMENTI**, AB e **CD**:



TRASPORTIAMO i due segmenti su una retta r in modo che risultino **ADIACENTI**. Ricordiamo che si dicono **ADIACENTI** due **SEGMENTI** che hanno un **estremo in comune** e che **giacciono su una stessa retta**. Avremo:



Ricordiamo che scrivere

$$B \equiv C$$

significa dire che il punto B coincide con il punto C.

Ora torniamo alla nostra somma. Il **SEGMENTO** AD è il **SEGMENTO SOMMA** di AB e CD.

Pertanto possiamo scrivere:

$$AB + CD = AD.$$

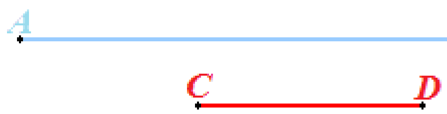
La lunghezza del segmento AD è uguale alla somma delle lunghezze del segmento AB e del segmento CD.

Per effettuare la somma di tre segmenti dobbiamo determinare il segmento somma del primo e del secondo. Quindi si dovrà effettuare la somma tra il segmento-somma appena trovato e il terzo segmento.

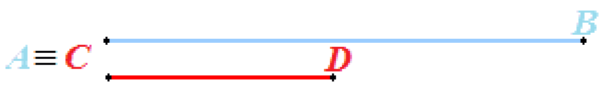
Seguendo lo stesso procedimento possiamo sommare tra loro 4 o più segmenti.

DIFFERENZA SEGMENTI

Supponiamo di voler effettuare la **DIFFERENZA DI DUE SEGMENTI** **non uguali**, AB e CD:



TRASPORTIAMO uno dei due segmenti in modo da farli **SOVRAPPORRE** in maniera tale che uno dei loro **ESTREMI COINCIDA**. Avremo:



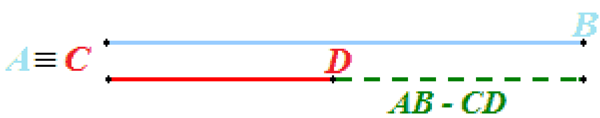
Ricordiamo che scrivere

$$A \equiv C$$

significa dire che il punto A coincide con il punto C.

Ora torniamo alla nostra differenza. Notiamo che il segmento CD è minore rispetto al segmento AB pertanto l'estremo D è interno rispetto al segmento AB.

Possiamo così individuare un nuovo segmento, che nell'immagine sottostante abbiamo indicato in **VERDE**



e che rappresenta la differenza tra il segmento AB e il segmento CD.

Quindi possiamo scrivere:

$$DB = AB - CD.$$

La lunghezza del segmento DB è uguale alla differenza delle lunghezze del segmento AB e del segmento CD.

MULTIPLI E SOTTOMULTIPLI DI UN SEGMENTO

Disegniamo il **SEGMENTO** ***AB***:

Ora **SOMMIAMO** tra loro più segmenti uguali ad ***AB***, ad esempio sommiamo tra loro 5 segmenti uguali ad ***AB***. Avremo:

Il **SEGMENTO** *CD* è pari a 5 volte il segmento ***AB***. Quindi possiamo dire che *CD* è **MULTIPLO** di ***AB*** secondo il numero 5 e possiamo scrivere:

$$CD = 5AB$$

che si legge

CD è uguale a 5 volte AB.

Allo stesso modo possiamo dire che ***AB*** è la 5° parte di *CD*. Quindi possiamo dire che ***AB*** è **SOTTOMULTIPLO** di *CD* secondo il numero 5 e possiamo scrivere:

$$AB = 1/5\ CD$$

che si legge

AB è uguale a 1/5 di CD.

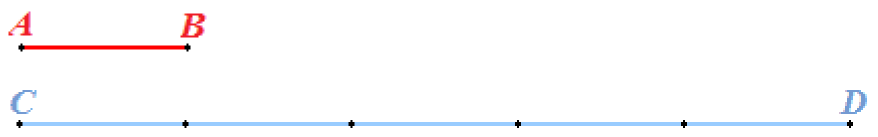
MISURA SEGMENTI

MISURARE UNA GRANDEZZA significa **CONFRONTARE** la grandezza da misurare con una **MISURA CAMPIONE** e vedere quante volte la misura campione è **CONTENUTA** nella grandezza da misurare.

La **MISURA CAMPIONE** prende il nome di **UNITA' DI MISURA**.

Se vogliamo **MISURARE un SEGMENTO** dobbiamo **CONFRONTARLO** con un **ALTRO SEGMENTO** preso come **UNITA' DI MISURA** in modo da stabilire quante volte esso contiene il segmento unità. Il numero trovato è la **LUNGHEZZA** del segmento.

Torniamo all'esempio visto nella lezione precedente:



Prendiamo il segmento ***AB*** come unità di misura. Ora, poiché il segmento ***CD*** contiene ***5 volte*** la nostra unità di misura, possiamo scrivere che *la misura di CD fatta rispetto ad AB è 5*. E si scrive:

$$CD = 5.$$

Normalmente si sceglie come unità di misura, per determinare la lunghezza di un segmento, il **METRO** o un suo multiplo o sottomultiplo.

Esercizi operazioni con i segmenti

Esercizio 1

Due segmenti sono lunghi rispettivamente 2 cm e 3 cm. Calcola la loro somma e la loro differenza.

Svolgimento del problema

Dati conosciuti
primo segmento = 2 cm
secondo segmento = 3 cm

Dati da calcolare
somma di due segmenti = ?
differenza di due segmenti = ?

Soluzione per la *Somma*

La somma di due segmenti è un terzo segmento che ha la lunghezza uguale alla somma delle lunghezze dei due segmenti.

Per cui prendiamo un foglio di quaderno o un tablet, disegniamo dapprima i due segmenti dati.

Poi ci calcoliamo la somma di:

3+2=5

e disegniamo un segmento lungo 5 cm.

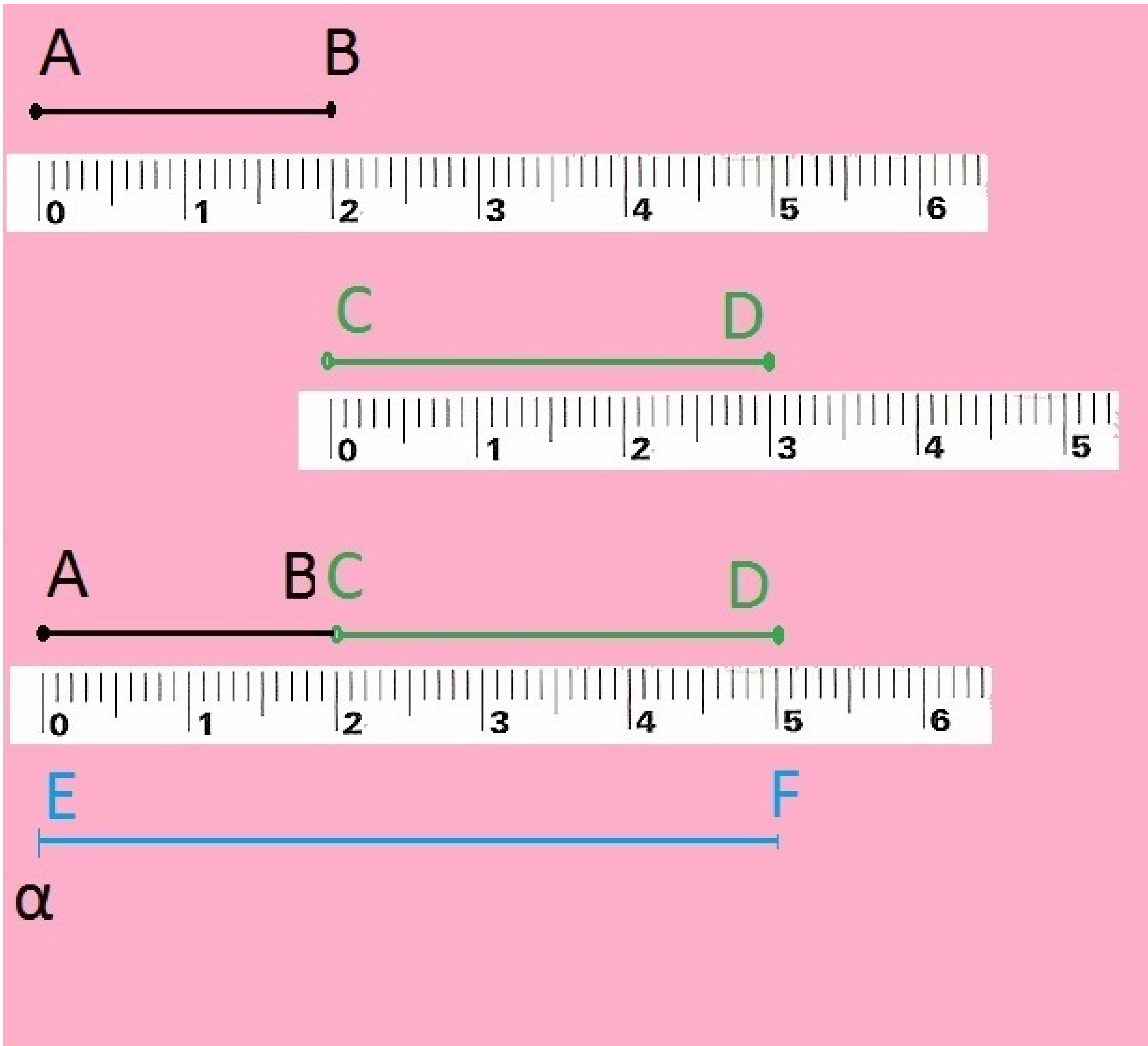
Poi mettiamo delle lettere per ogni segmento, a scelta, in quanto la traccia non ci obbliga.

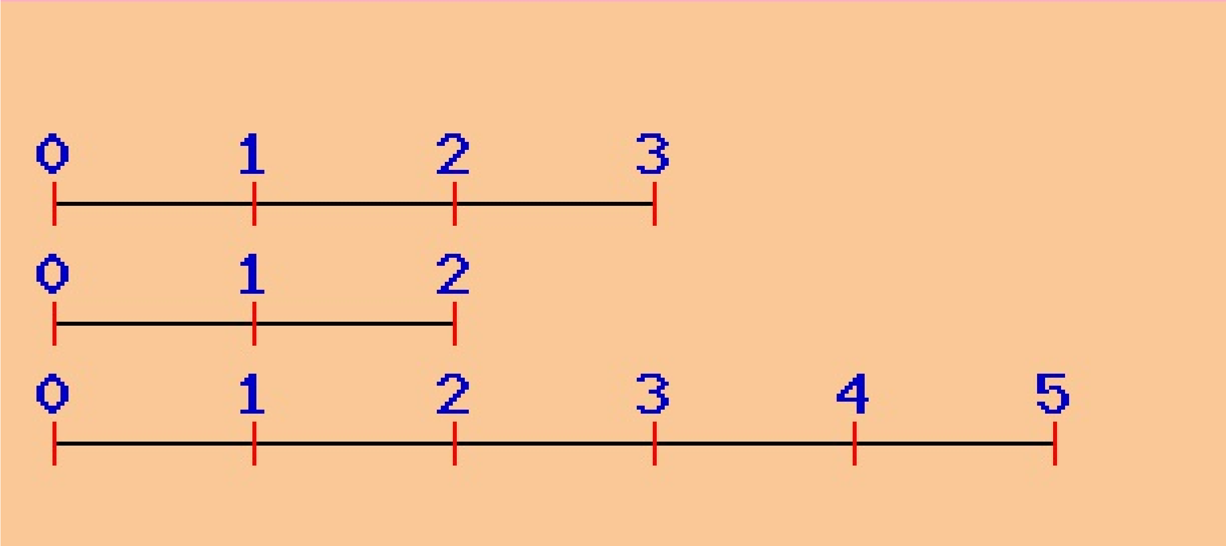
AB= 2 cm

BC= 3 cm

AC= AB + BC = 2 cm +3 cm = 5 cm

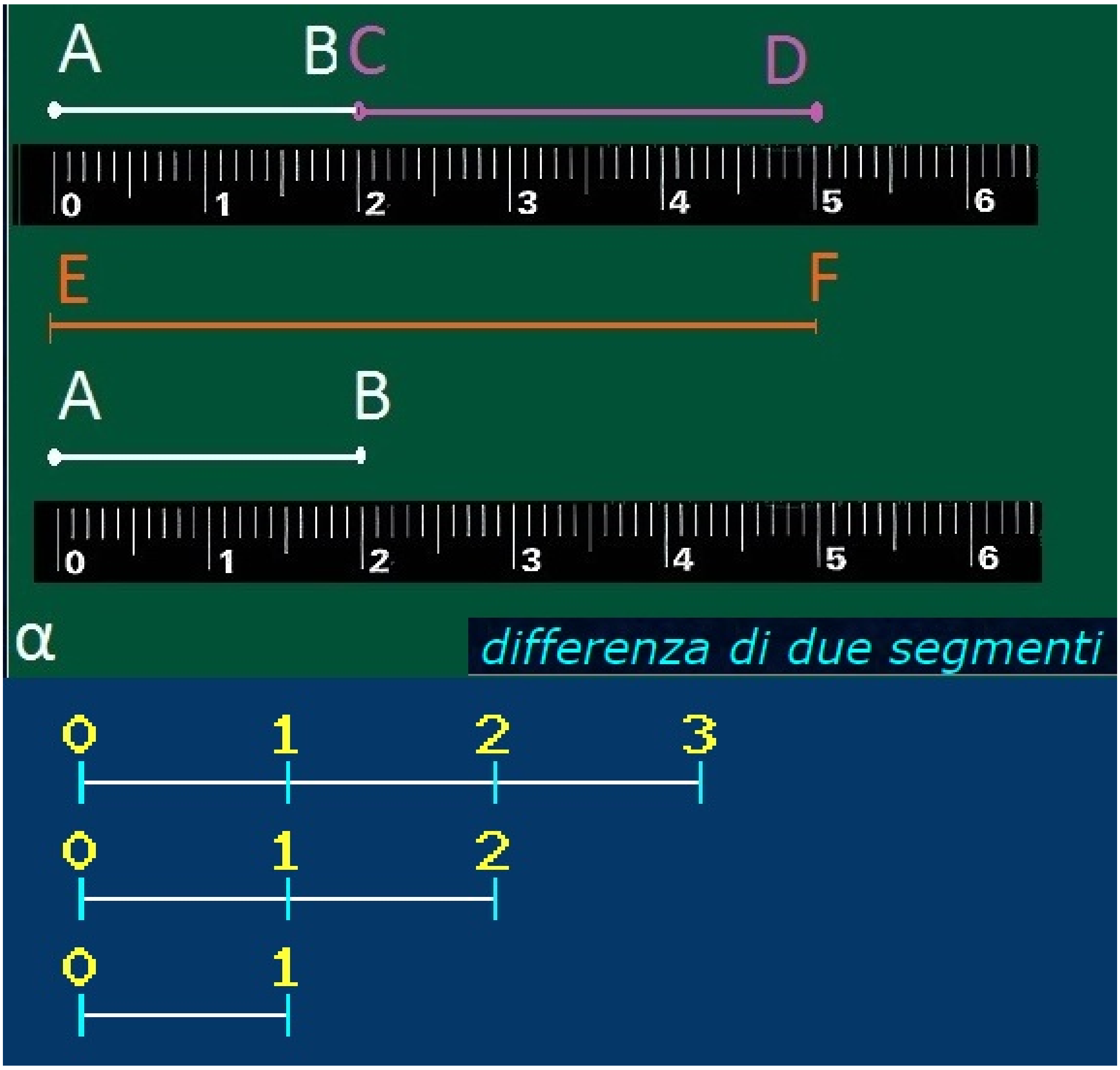
Risposta
Il segmento somma è 5 cm





Differenza

La differenza di due segmenti è un terzo segmento che ha la lunghezza uguale alla differenza tra la lunghezza del segmento più lungo meno la lunghezza del segmento più corto. Per cui prendiamo un foglio di quaderno o un tablet, disegniamo dapprima il segmento più lungo, quello di 3 cm.



Poi disegniamo quello più corto da 2 cm; ci calcoliamo la differenza di:

3-2=1

e disegniamo un segmento lungo 1 cm.

Poi mettiamo delle lettere per ogni segmento, a scelta, in quanto la traccia non ci obbliga.

AB= 3 cm

BC= 2 cm

DE= AB - BC = 3 cm - 2 cm = 1 cm

Risposta
Il segmento differenza è lungo 1 cm.

Problemi con i segmenti

Il segmento è una parte finita di retta limitata da due punti che si dicono estremi del segmento. Esso ha quindi un inizio, una fine e una sola dimensione: La lunghezza.

PROBLEMA N° 1

La lunghezza della somma di due segmenti è 25 cm e quella della loro differenza è 5 cm. Qual è la lunghezza di ciascuno dei due segmenti?

Dati

$\overline{AB} + \overline{CD} = 25$ cm (somma)

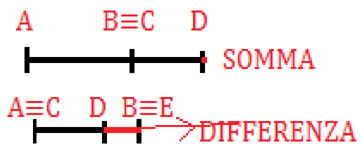
$\overline{AB} - \overline{CD} = 5$ cm (differenza)

Incognite

$\overline{AB} = ?$

$\overline{CD} = ?$

Rappresentazione grafica



Svolgimento

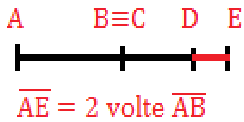
Si può procedere in due modi:

1) aggiungiamo la differenza (DE) alla somma e troviamo due volte il segmento maggiore AB:

$\overline{AB} + \overline{CD} + \overline{DE} = (25+5)$ cm $= 30$ cm (2 volte AB)

$(30 : 2)$ cm $= 15$ cm $= \overline{AB}$

$(15 - 5)$ cm $= 10$ cm $= \overline{CD}$



REGOLA: Se si conosce la somma s e la differenza d tra due segmenti AB e CD con AB > CD allora:

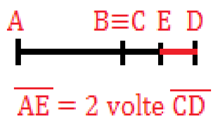
$$AB = \frac{s + d}{2} \qquad CD = \frac{s - d}{2}$$

2) togliamo la differenza dalla misura e troviamo due volte il segmento minore CD:

$\overline{AB} + \overline{CD} - \overline{DE} = (25 - 5)$cm $= 20$ cm (2 volte $\overline{CD}$)

$(20 : 2)$ cm $= 10$ cm $= \overline{CD}$

$(10 + 5)$cm $= 15$ cm $= \overline{AB}$



problema sui segmenti

PROBLEMA N° 2

Due segmenti sono uno il triplo dell'altro.

1) Qual è la lunghezza di ciascuno dei due segmenti se la loro differenza è 24 cm?

2) Se invece la loro somma fosse 48 cm?

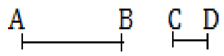
Dati

AB = 3 CD
1) AB - CD = 24 cm
2) AB + CD = 48 cm

Incognite

AB = ?
CD = ?

Rappresentazione grafica



Se si conosce la differenza d tra due segmenti AB e CD con AB = n CD allora:

$$AB = \frac{d}{n-1} \times n \qquad CD = \frac{d}{n-1} \times n$$

Svolgimento

1) Come si nota dalla figura $\overline{AB} - \overline{CD} = 2\,\overline{CD}$

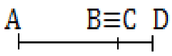
$(24 : 2)$ cm $= 12$ cm $= \overline{CD}$

(12×3) cm $= 36$ cm $= \overline{AB}$

2) Come si nota dalla figura $\overline{AB} + \overline{CD} = 4\,\overline{CD}$

$(48 : 4)$ cm $= 12$ cm $= \overline{CD}$

(12×3) cm $= 36$ cm $= \overline{AB}$



problema sui segmenti

Problema n° 3

La somma di due segmenti è 145 e il secondo supera il primo di 17 cm. Calcola la misura di ciascun segmento.

Nello scrivere i dati è importante non lasciarsi confondere perchè se c'è scritto supera significa che la differenza tra i due segmenti sarà 17.

Dati	Incognite	
AB + CD = 145 cm	AB = ?	A———-B
CD – AB = 17 cm	CD = ?	C——————D

Svolgimento

Faccio la somma dei due segmenti meno la quantità di cui CD è più grande, così ottengo due parti uguali, dividendo per due il risultato, ottengo AB, quindi abbiamo applicato la regola (somma meno differenza, quello che viene diviso due).

AB = (145 – 17): 2 = 128 : 2 = 64 cm

CD = 64 + 17 = 81 cm

Problema n° 4

Due segmenti sono tali che la loro somma è 678 mm e la loro differenza 15 cm. Calcola la misura di ciascun segmento esprimendola in cm.

Dati | **Incognite**

AB+CD = 678 mm | AB = ? | A ———————————B

AB – CD = 15 cm | CD = ? | C —————————D

Svolgimento

678mm = 67,8 cm

Si utilizza la formula (somma + differenza) : 2 quindi:

AB =(67,8 + 15) : 2 = 41,4 cm

CD = 67,8 – 41,4 = 26,4 cm

Problema n° 5

Tre segmenti AB, CD, EF sono tali che AB + CD + EF = 59 cm; CD supera AB di 4 cm ed EF supera AB di 16 cm. Calcola la misura di ciascun segmento.

Dati	**Incognite**	
AB+CD+EF = 59 cm	AB = ?	A————B
CD – AB = 4 cm	CD = ?	C————–——D
EF – AB = 16 cm	EF = ?	E————–————-F

Svolgimento

Alla somma dei tre lati sottraggo il pezzetto di CD che supera AB, e il pezzetto di EF che supera AB, in modo che ottengo tre segmenti uguali. Il risultato lo dividerò per 3 in modo da conoscere AB.

AB = (59 -4 – 16) : 3 = 13 cm

CD = (13 + 4) = 17 cm

EF = (13 + 16) = 29 cm

Problema n° 6

La somma di tre segmenti misura 117 cm. La somma del primo e del terzo è 82 cm, la differenza tra il primo e il terzo è 44 cm. Quanto è lungo ciascuno dei tre segmenti?

Dati	**Incognite**	
AB+CD+EF = 117 cm	AB = ?	A———————————————B
AB + EF = 82 cm	CD = ?	C——————————D
AB – EF = 44 cm	EF = ?	E——————F

Svolgimento

Se alla somma dei tre csegmenti sottraggo la somma di AB e EF ottengo CD :

CD = 117 – 82 = 35 cm

Uso poi la formula (somma + differenza) : 2 tra i segmenti AB e EF.

AB = (82 + 44) : 2 = 63 cm

EF = 82 – 63 = 19 cm

Problema n° 7

La somma di due segmenti è 75 cm e uno di essi è il quadruplo dell'altro. Calcola la misura di ciascun segmento.

Dati **Incognite**

AB + CD = 75 cm AB = ? A—-B

CD = 4 AB CD = ? C—-——-——-

—-D

Svolgimento

Conoscendo la somma tra i segmenti per calcolare il segmento più piccolo si userà la formula: somma diviso (il numero di quanto un segmento è multiplo più uno, in questo caso 4 + 1).

AB = (75 : 5) = 15 cm

CD = 15 x 4 = 60 cm

Problema n° 8

Due segmenti sono uno il triplo dell’altro e la loro differenza è 48 cm. Calcola la misura di ciascuno dei due segmenti.

Dati	**Incognite**	
AB – CD = 48 cm	AB = ?	A——B
CD = 3 AB	CD = ?	C——-

———-D

Svolgimento

Si applica lper calcolare AB la formula: differenza diviso (il numero di quanto un segmento è multiplo – 1, quindi 3 – 1 = 2.

AB = (48 : 2) = 24 cm

CD = (24 x 3) = 72 cm

Problema n° 9

La somma di tre segmenti misura 90 cm. Il primo supera il terzo di 24 cm e il secondo è il quadruplo del terzo. Calcola la misura di ciascun segmento.

Dati	**Incognite**	
AB + CD + EF = 90 cm	AB = ?	A
————B		
AB – EF = 24 cm	CD = ?	C
————D		
CD =4 EF	EF = ?	E——F

Svolgimento

Alla somma dei tre segmenti sottraggo 24 in modo da ottenere tutti segmenti uguali, con precisione avremo 6 parti uguali quindi il valore ottenuto lo dividerò per sei in modo da conoscere il segmento più piccolo EF.

EF = (90 – 24) : 6 = 11 cm

CD = 11 x 4 = 44 cm

AB = 11 + 24 = 35 cm