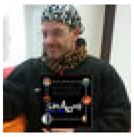
RISORSE DIDATTICHE.



【ResearchGate Project】 *By … 0000-0001-5086-7401 & lnkd.in/erZ48tm*

.

.

.

.

.

.

.

.

.

.

.

.

.

RADICE QUADRATA

Introduzione al concetto di radice

La **radice è l'operazione inversa dell'elevamento a potenza**. Gli elementi principali sono il **radicando, il radicale e l'indice di radice**. Per **calcolare le radici perfette** basta pensare alle potenze, altrimenti possiamo consultare le **tavole numeriche** oppure sfruttare la scomposizione in fattori primi.

La **radice** è un'**operazione** che appare in diverse occasioni mentre studi **matematica**. Hai mai letto il teorema di Pitagora? Ti hanno mai parlato della diagonale del quadrato di lato unitario? Cosa sono i numeri irrazionali? In tutte queste occasioni apparirà la radice. Ti serve per calcolare il valore dell'ipotenusa conosciuti i cateti nel teorema di Pitagora. La diagonale del quadrato di lato uguale a 1 è pari a $\sqrt{2}$. I numeri irrazionali sono numeri che possiamo scrivere sotto forma di radici. La radice, detta anche estrazione di radice è l'**operazione inversa dell'elevamento a potenza**!

La radice ti permette di **trovare la base di una potenza** di cui **conosci** l'**esponente** e il **risultato.** Per esempio usi l'estrazione di radice quando conosci l'area di un quadrato e devi trovare la misura del lato. L'area del quadrato è $A = l^2$, la formula inversa per trovare il lato è $l = \sqrt{A}$.

Come si chiamano gli **elementi delle radici**? Prendiamo un esempio: $\sqrt[3]{125} = 5$. Il numero 3 è l'**indice della radice**: si scrive sopra il simbolo di radice ed è uguale a 2 quando non c'è. Il **radicando** è il numero che sta dentro il simbolo, quindi è 125. Il numero $\sqrt[3]{125}$ si chiama **radicale.** Il risultato, cioè 5 è la **radice**!

Per **calcolare una radice** ci sono diversi modi. Le radici più facili da calcolare sono quelle perfette, cioè quelle in cui è immediato risalire alla potenza! Sono **radici perfette** $\sqrt{4} = 2$, $\sqrt[3]{27} = 3, \sqrt[4]{16} = 2$ perché è facile vedere $4 = 2^2, 27 = 3^3$ e $16 = 2^4$. Non sono radici perfette $\sqrt{54}$ oppure $\sqrt[3]{75}$.
Quando devi **calcolare la radice quadrata o cubica di un numero qualsiasi** che non sia un **quadrato o un cubo perfetto,** puoi usare le **tavole numeriche.** Altrimenti **scomponi il numero in fattori primi** e impara a **portarli fuori dalla radice**!

I video e gli esercizi dei livelli sono perfetti per prendere confidenza con il concetto di radice!

Prodotto di radici quadrate

Abbiamo visto come **calcolare le radici quadrate** di quadrati perfetti. Quando il radicando non è un quadrato perfetto, puoi scomporlo e portare fuori dalla radice una parte del numero. Per esempio $\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$. Ci sono quindi dei casi in cui il radicale rimane indicato e non si può risolvere trasformandolo in un numero intero.
Con tutti i radicali è possibile risolvere le operazioni. Come si fa a risolvere una **moltiplicazione tra radici quadrate**?
Il prodotto di radici quadrate è uguale alla **radice del prodotto dei due radicandi**.

Esempio: $\sqrt{6} \cdot \sqrt{24} = \sqrt{6 \cdot 24} = \sqrt{144} = 12$

Quando dobbiamo calcolare il prodotto di due radici che non sono quadrati perfetti, oppure la radice di numeri molto grandi, è utile scomporre il numero in fattori e poi usare il prodotto tra radici quadrate.

Esempio:

- Come calcolare la radice 576? Proviamo a scomporlo in fattori per semplificare il calcolo: $576 = 6^2 \cdot 4^2 = 36 \cdot 16$ Quindi: $\sqrt{576} = \sqrt{36 \cdot 16} = \sqrt{36} \cdot \sqrt{16} = 6 \cdot 4 = 24$
- Come calcolare $\sqrt{8} \cdot \sqrt{8}$? Portiamo tutto sotto un'unica radice: $\sqrt{8} \cdot \sqrt{8} = \sqrt{8 \cdot 8} = \sqrt{64} = 8$

Quoziente di radici quadrate

Oltre alla moltiplicazione tra radicali, puoi risolvere anche la **divisione tra radicali**.
Studiamo le **radici quadrate** e quindi chiediamoci quale sia il quoziente tra due radici quadrate. La regola è uguale a quella del prodotto tra radici quadrate!
Il **quoziente di radici quadrate** è **uguale alla radice del quoziente dei due radicandi**.

Esempio: Devi calcolare $\sqrt{90} : \sqrt{10}$, ma $\sqrt{90}$ e $\sqrt{10}$ non sono due radici perfette. Risolviamo la divisione tra radici quadrate applicando la regola: $\sqrt{90} : \sqrt{10} = \sqrt{90 : 10} = \sqrt{9} = 3$

La regola della divisione è utile quando dobbiamo **calcolare il quoziente di due radici che non sono quadrati perfetti**, oppure quando abbiamo la radice di un quoziente tra due quadrati più facili da calcolare.
Ricorda che anche le **frazioni** rappresentano una **divisione** tra numeratore e denominatore, quindi, per calcolare il risultato, semplifica e applica le regole della divisione tra radici!
Se abbiamo un **radicando frazionario** la regola non cambia: la **radice quadrata di una frazione** è uguale alla **radice quadrata del numeratore fratto la radice quadrata del denominatore .**

Esempio: quanto vale $\sqrt{\frac{16}{25}}$? Attenzione! In questo radicale che ha un radicando frazionario, il numeratore e il denominatore sono quadrati perfetti! Allora $\sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{25}} = \frac{4}{5}$

Addizione e sottrazione di radici quadrate

Due **radicali sono simili** quando hanno lo stesso **indice di radice** e lo stesso **radicando**, cioè lo stesso numero sotto il simbolo di radice.

La **somma tra radicali** diventa una **somma tra numeri interi** se hai dei quadrati perfetti: $\sqrt{4}+\sqrt{9}=2+3=5$
Ma come si fa quando devi **sommare due radici quadrate non perfette**? Per esempio come si fa $\sqrt{3}+\sqrt{2}$ oppure $\sqrt{5}+\sqrt{5}$?
La **somma tra radicali si può fare solo se i radicali sono simili**. Quindi puoi sommare $\sqrt{5}$ e $\sqrt{5}$ ma non puoi fare la somma di $\sqrt{3}$ e $\sqrt{2}$, perché hanno lo stesso indice, ma non hanno lo stesso radicando. Lo stesso vale per le **sottrazioni tra radicali**. Puoi fare la **differenza solo radicali simili**.
Per capire come funziona la somma e la sottrazione tra radicali facciamo un esempio: $\sqrt{3}+\sqrt{3}+\sqrt{3}+\sqrt{3}=4\sqrt{3}$

Quindi **la somma di radici quadrate simili è una nuova radice quadrata** che ha per coefficiente numerico la somma dei coefficienti delle radici moltiplicato al radicale di partenza. Alcuni radicali che non sono simili possono essere ricondotti a radicali simili scomponendo il radicando e applicando le regole del prodotto!

Esempi:

- $2\sqrt{6}+\sqrt{6}+6\sqrt{6}=(2+1+6)\sqrt{6}=9\sqrt{6}$
- $\sqrt{8}+\sqrt{2}=\sqrt{2^2\cdot 2}+\sqrt{2}=2\sqrt{2}+\sqrt{2}=3\sqrt{2}$

La somma di due radicali che non sono simili è un numero irrazionale che troviamo svolgendo entrambe le radici. Per esempio $\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{2}=2\sqrt{2}+\sqrt{3}$. Possiamo fare la somma, ma il risultato non dipende da un unico radicale!

Per le addizioni e le sottrazioni **non valgono le regole del prodotto e del quoziente di radici.** La somma o la differenza di radici è diversa dalla radice della somma o differenza.

Esempio: $\sqrt{16}-\sqrt{9}=4-3=1$ è diverso da $\sqrt{16-9}=\sqrt{7}=2,64...$ che, infatti, è sbagliato!

Espressioni con le radici quadrate

Cosa si può fare con le **radici quadrate**? Beh, sono molto utili per risolvere i **problemi di geometria**, oppure per **applicare il teorema di Pitagora**. In ognuno di questi problemi potrebbe capitarti di trovare tante radici quadrate unite dalle quattro operazioni. Cosa sono queste catene di operazioni con le radici? Le **espressioni con le radici quadrate**!

Come si **risolvono le espressioni in cui compaiono le radici quadrate**? A quali passaggi dobbiamo fare attenzione? Qual è **l'ordine delle operazioni**? Le radici quadrate, come accadeva per le frazioni, non sono altro che numeri. A volte sono equivalenti a numeri interi, come $\sqrt{4} = 2$, altre volte le teniamo indicate, come $\sqrt{3}$.
Le regole per risolvere le espressioni con le radici quadrate sono le stesse che già conosci! I **passi da seguire**, ricordandosi la priorità nelle operazioni, sono:

1. prima di tutto ci occupiamo delle **potenze** e delle **radici** che possiamo risolvere o semplificare con le proprietà studiate;
2. calcoliamo le **moltiplicazioni** e le **divisioni**;
3. infine è la volta di **addizioni** e **sottrazioni**.

Se nell'espressione compaiono anche delle **parentesi**, seguiamo lo stesso ordine, ma risolviamo **prima le operazioni nelle parentesi tonde, poi quelle nelle quadre ed infine quelle nelle parentesi graffe**.

E se l'**espressione è tutta sotto il segno di radice quadrata**? Risolviamo l'**espressione sotto radice** seguendo sempre lo **stesso ordine delle operazioni** e, solo **alla fine, calcoliamo la radice quadrata** e abbiamo la soluzione del nostro problema.

Prova subito gli esercizi dei livelli per allenarti con i calcoli delle espressioni! Nelle spiegazioni trovi tutti i passaggi!

ELEVAMENTO A POTENZA

La potenza di un numero è il **prodotto** di tanti fattori uguali a quel numero (detto base) quanti ne indica l'esponente.	*esponente* $2^7 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = \mathbf{128}$ *base* *valore della potenza*
PROPRIETA' DELLE POTENZE	
1) Il prodotto di due o più potenze aventi la **stessa base** è una potenza che ha la stessa base e per esponente la **somma** degli esponenti.	Esempio: $2^3 \times 2^4 = 2^{3+4} = 2^7$
2) Il quoziente di due potenze aventi la **stessa base** è una potenza che ha la stessa base e per esponente la **differenza** degli esponenti.	Esempio: $2^8 : 2^3 = 2^{8-3} = 2^5$
3) La potenza di una potenza è una potenza che ha la stessa base e per esponente il **prodotto** degli esponenti.	Esempio: $(5^2)^3 = 5^{2 \times 3} = 5^6$
4) Il prodotto di due o più potenze aventi lo **stesso esponente** è una potenza che ha lo stesso esponente e per base il **prodotto** delle basi.	Esempio: $2^3 \times 5^3 = (2 \times 5)^3 = 10^3$
5) Il quoziente di due potenze aventi lo **stesso esponente** è una potenza che ha lo stesso esponente e per base il **quoziente** delle basi.	Esempio: $12^2 : 3^2 = (12 : 3)^2 = 4^2$

POTENZE PARTICOLARI: – qualunque potenza con esponente uno è uguale alla base – qualunque potenza con base uno è uguale a uno – qualunque potenza con esponente zero e base diversa da zero è uguale a 1 – qualunque potenza con base zero e esponente diverso da zero è uguale a 0 – qualunque potenza con base zero ed esponente zero non ha significato	$3^1 = 3$ $1^7 = 1$ $2^0 = 1$ $0^8 = 0$ 0^0 = non ha significato
POTENZE DI 10 $10^6 = 1.000.000$ $10^5 = 100.000$ $10^4 = 10.000$ $10^3 = 1.000$ $10^2 = 100$ $10^1 = 10$ $10^0 = 1$ $10^{-1} = 0,1$ $10^{-2} = 0,01$ $10^{-3} = 0,001$	
Scrittura polinomiale di un numero: rappresenta un numero ponendo in evidenza le unità dei vari ordini	$21,607 = 2 \cdot 10^1 + 1 \times 10^0 + 6 \times 10^{-1} + 0 \times 10^{-2} + 7 \times 10^{-3}$
Notazione scientifica di un numero: consiste nel prodotto di un numero decimale (mantissa), in cui la parte intera è costituita dalla prima cifra diversa da zero, per l'opportuna potenza di dieci	$123.000.000 = 1,23 \times 10^8$ $678,3 = 6,78 \times 10^2$ $0,0052 = 5,2 \times 10^{-3}$

Ordine di grandezza di un numero: è la potenza di 10 che più si avvicina a quel numero	$2.000 \sim 10^3$ infatti il numero 2.000 è compreso tra 1.000 e 10.000 ($1.000 < 2.000 < 10.000$) ma è più vicino a $1.000 = 10^3$. $780.000.000 \sim 10^9$ infatti il numero 780.000.000 è compreso tra 100.000.000 e 1.000.000.000 ($100.000.000 < 780.000.000 < 1.000.000.000$) ma è più vicino a $1.000.000.000 = 10^9$.