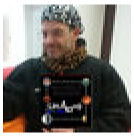
RISORSE DIDATTICHE.



【ResearchGate Project】 *By … 0000-0001-5086-7401 & lnkd.in/erZ48tm*

.

.

.

.

.

.

.

.

.

.

.

.

.

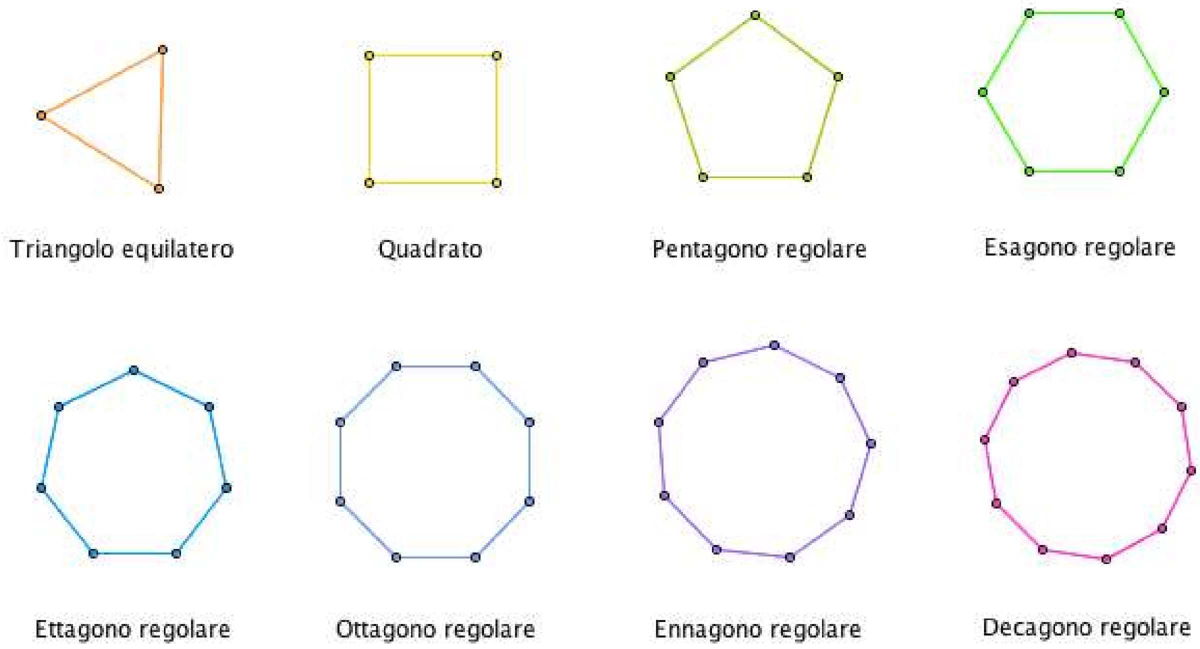
I poligoni regolari: area, apotema e perimetro

3'

All'interno dell'insieme dei poligoni, particolare importanza ha la categoria dei *poligoni regolari*. Questi poligoni sono particolarmente semplici da studiare; la loro struttura è completamente determinata dal numero di lati che essi hanno, e dalla misura di uno (e cioè, di ciascuno) di essi.

Definizione

Un poligono con n lati è detto ***poligono regolare*** se è *equiangolo* ed *equilatero*, ovvero, se tutti i suoi angoli interni sono congruenti e se tutti i suoi lati sono congruenti.
Dato che tutte le misure dei suoi lati sono uguali, ci riferiremo solo al "lato" del poligono (e lo indicheremo con l).



Tra i poligoni regolari più comuni, troviamo il triangolo equilatero e il quadrato. Nei problemi di geometria (ma anche nella vita quotidiana) troviamo spesso anche le forme del pentagono regolare, dell'esagono regolare e dell'ottagono regolare.

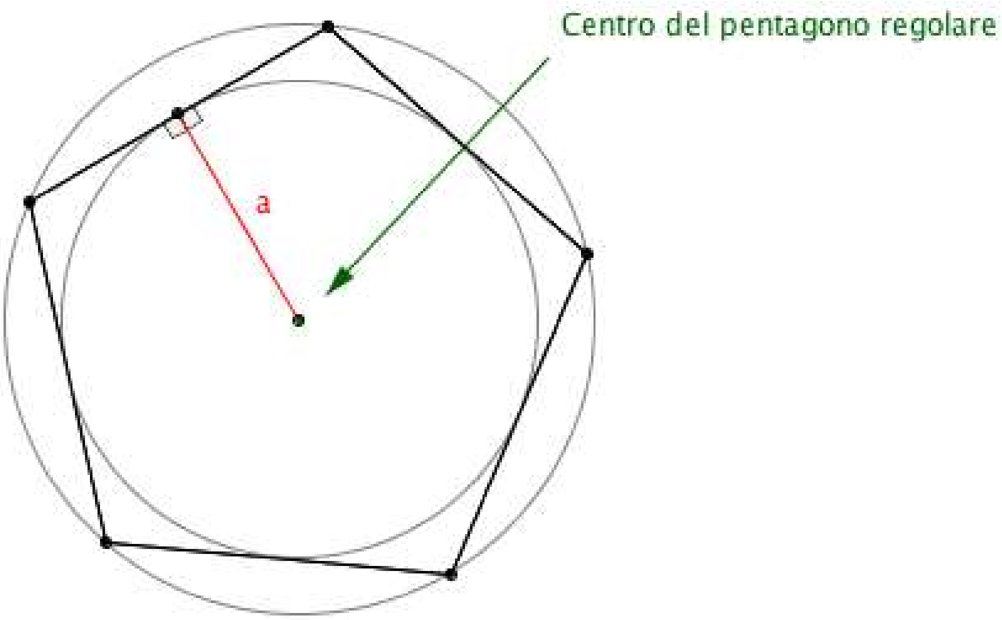
Ciascun poligono regolare ammette una circonferenza circoscritta e una circonferenza inscritta, che hanno il medesimo centro: questo punto viene spesso chiamato ***centro del poligono regolare***.

Definizione

Il raggio della circonferenza inscritta a un poligono regolare è detto anche ***apotema*** del poligono. In genere viene indicato con la lettera a. Pertanto, l'apotema è un segmento perpendicolare a un lato del poligono, che ha come estremo il centro del poligono stesso.
Il rapporto

$$f = \frac{a}{l}$$

dove l è il lato del poligono, è chiamato ***numero fisso*** del poligono regolare, e dipende soltanto dal numero di lati del poligono considerato.



Apotema di un pentagono regolare

A partire dal numero fisso per un poligono di n lati, si può ricavare un'altra costante chiamata ***costante d'area***:

$$\varphi := \frac{nf}{2}$$

Anch'essa dipende soltanto dal numero di lati del poligono considerato.
Come si può vedere nel formulario riportato più in basso, la costante d'area serve a esprimere l'area del poligono in termini del solo lato.

Riportiamo in una tabella il valore dei numeri fissi e delle costanti d'area per i poligoni regolari con meno di 10 lati:

Numero di lati	**Numero fisso** f	**Costante d'area** φ
3	0.28867	0.43301
4	0.5	1
5	0.68819	1.72047
6	0.86602	2.59807
7	1.03826	3.63391

8	1.20710	4.82842
9	1.37373	6.18182
10	1.53884	7.69420

Formule per un poligono regolare

Esistono molte formule che si possono applicare a un qualsiasi poligono regolare di n lati per ricavare alcune grandezze a esso relative. Se il lato del poligono misura l, abbiamo:

***Perimetro*:** $2p = n \cdot l$.

***Area*:** abbiamo a disposizione alcune formule, a seconda di cosa conosciamo; per esempio:

$$A = \frac{1}{2}nla = \frac{1}{2}2p \cdot a = l^2 \cdot \varphi$$

oppure, utilizzando le funzioni trigonometriche:

$$A = \frac{1}{4}nl^2 \cot\left(\frac{\pi}{n}\right) = na^2 \tan\left(\frac{\pi}{n}\right).$$

***Angoli interni*:** dato che la somma degli angoli interni in un poligono di n lati è pari a $\pi(n-2)$ radianti, o $180(n-2)$ gradi, allora ciascun angolo interno misura $\frac{\pi}{n}(n-2)$ radianti, o $\frac{180}{n}(n-2)$ gradi.

Aggiungiamo che, conoscendo il valore del numero fisso f è possibile ricavare la misura dell'apotema a partire dal lato del poligono, e viceversa (utilizzando "all'inverso" la definizione di numero fisso).

Revisione scientifica a cura di Marco Guglielmino

VAI ALLA PROSSIMA LEZIONE 29

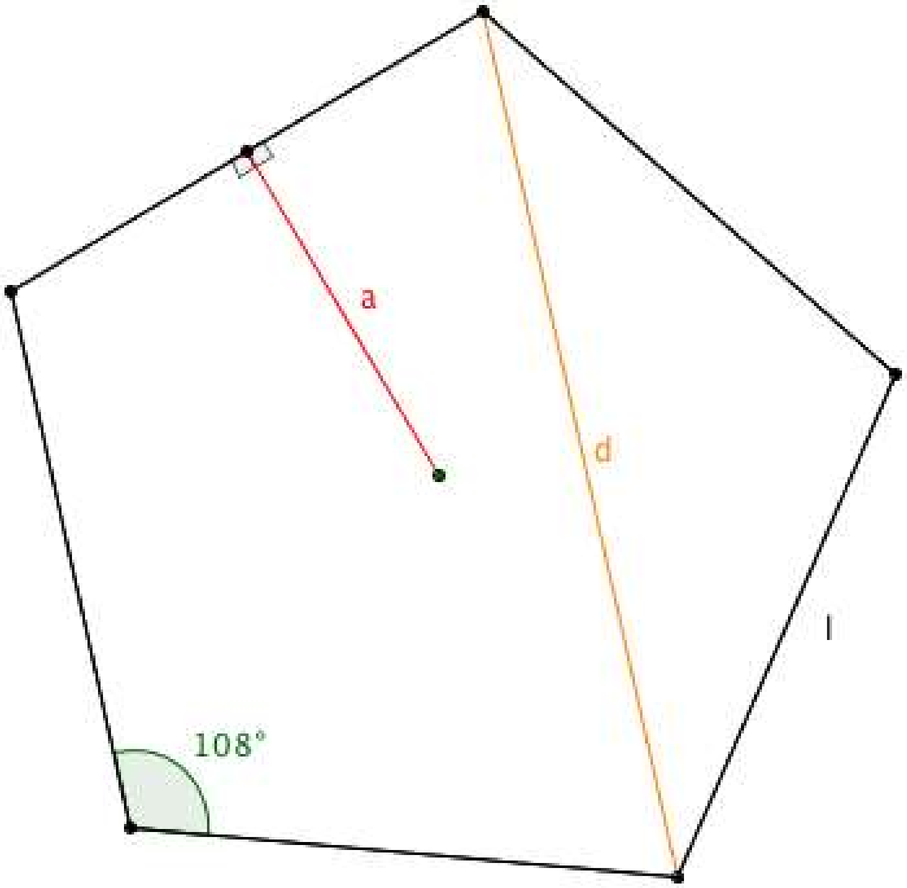
Testo su Geometria euclidea

L’esagono e il pentagono regolare: area, apotema, perimetro

2'

Tra i poligoni regolari più conosciuti, troviamo il *pentagono regolare* e l’*esagono regolare*. Essi sono i poligoni regolari più “semplici” (con meno lati) dopo il triangolo equilatero ed il quadrato. Sono entrambi poligoni regolari: dunque, entrambi i poligoni hanno tutti i lati congruenti fra loro, così come i loro angoli interni.

Il pentagono regolare



Ogni grandezza relativa al pentagono è univocamente determinata dal suo lato l. Vediamo alcune formule:

Apotema: $a = l\sqrt{\frac{\sqrt{5}}{10} + \frac{1}{4}}$

Area: $A = \frac{5}{2}l^2\sqrt{\frac{\sqrt{5}}{10} + \frac{1}{4}} = \frac{5}{2}la$

Perimetro: $2p = 5l$

L’ampiezza di ciascun angolo interno di un pentagono regolare è pari a

$$\frac{180}{5}(5-2) = 36 \cdot 3 = 108°$$

o anche $\frac{3\pi}{5}$ radianti.

Dalle formule precedenti ricaviamo che il numero fisso del pentagono è $f = \sqrt{\frac{\sqrt{5}}{10} + \frac{1}{4}} = 0,668$,

mentre la costante d'area del pentagono è $\varphi = \frac{5}{2}\sqrt{\frac{\sqrt{5}}{10} + \frac{1}{4}} = 1,72$.

Per un pentagono regolare valgono le seguenti proprietà:

- il raggio della circonferenza circoscritta è dato da

$$R = l\sqrt{\frac{5+\sqrt{5}}{10}};$$

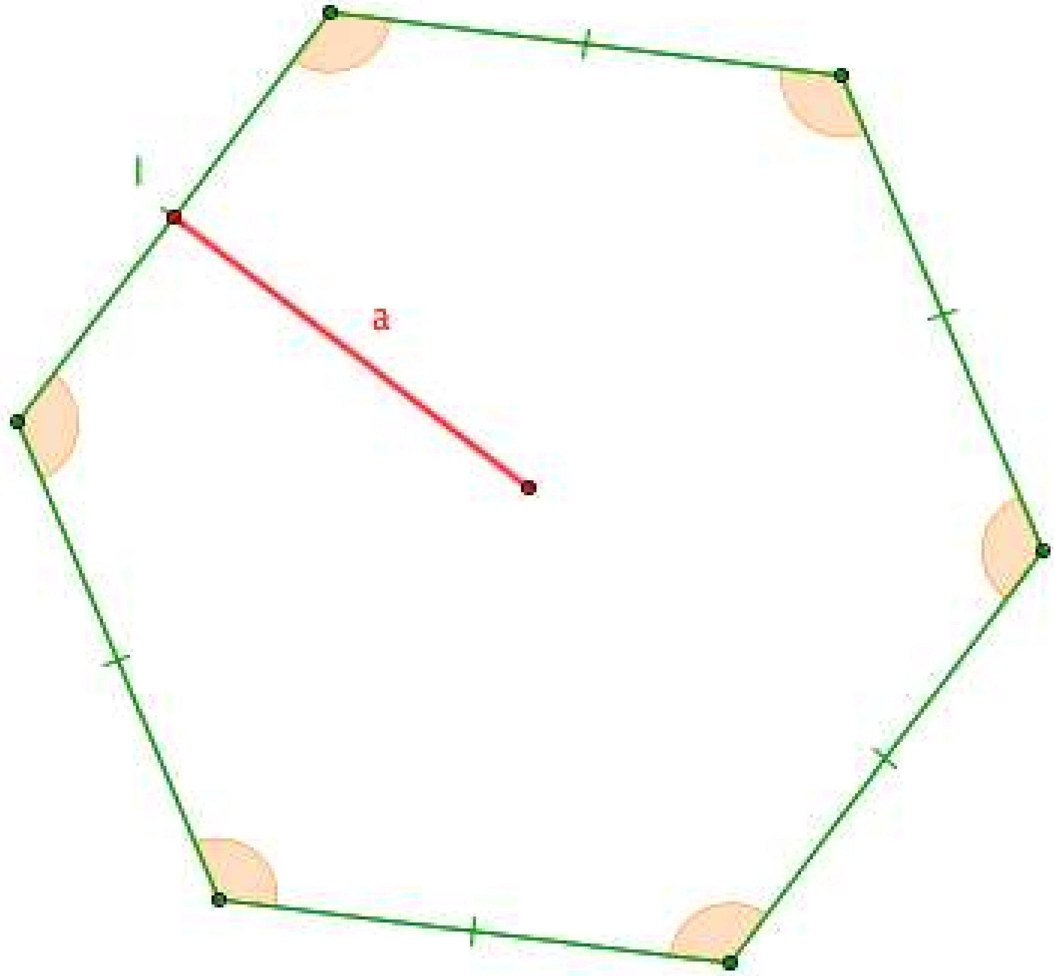
- tutte le diagonali sono congruenti fra loro, a differenza di quanto accade per tutti i poligoni regolari con più di 5 lati. La misura della diagonale si può ricavare utilizzando la formula

$$d = \frac{\sqrt{5}+1}{2}l;$$

- molte formule relative al pentagono possono essere riscritte utilizzando il rapporto aureo $\phi = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$:

$$\begin{aligned} \text{Apotema:} \quad & a = l\sqrt{\frac{\phi}{5} + \frac{3}{20}} \\ \text{Area:} \quad & A = \frac{\sqrt{5}}{2}l^2\sqrt{\phi + \frac{3}{4}} \\ \text{Raggio:} \quad & R = l\sqrt{\frac{\sqrt{5}}{5}\phi} \\ \text{Diagonale:} \quad & d = \phi l \end{aligned}$$

L'esagono regolare



Anche qui, ogni grandezza relativa all’esagono è univocamente determinata dal suo lato l:

Apotema: $a = \frac{\sqrt{3}}{2}l$

Area: $A = \frac{3\sqrt{3}}{2}l^2 = 3la$

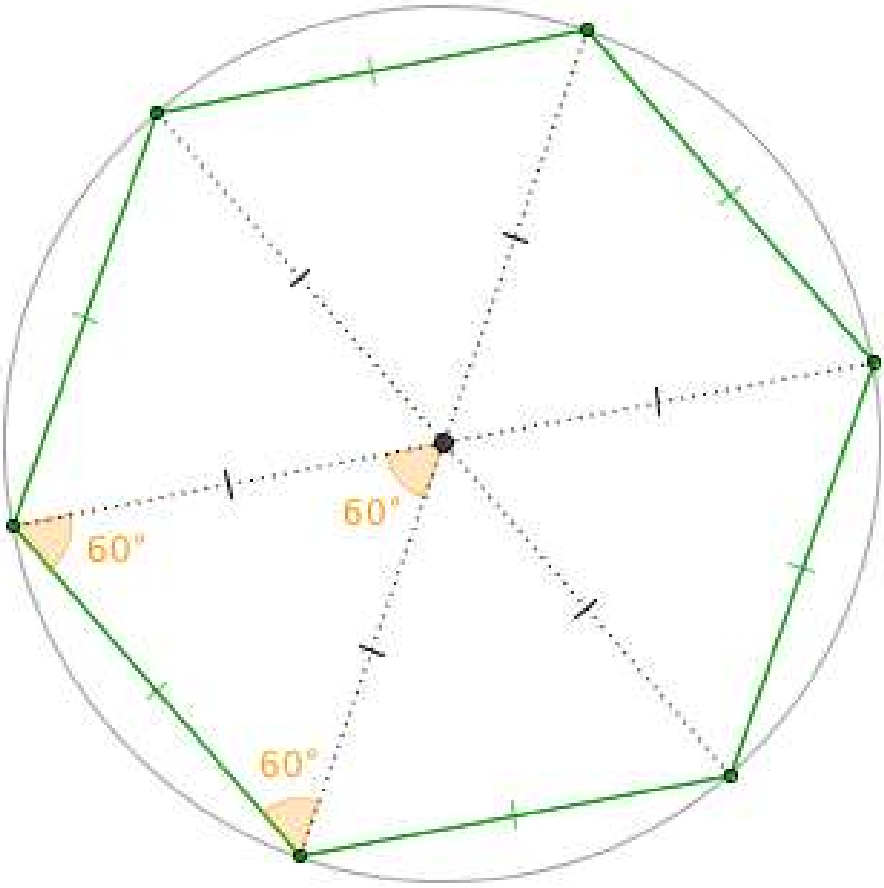
Perimetro: $2p = 6l$

Ciascun angolo interno misura 120°, e quindi la somma degli angoli interni di un esagono è 720° o 4π radianti.

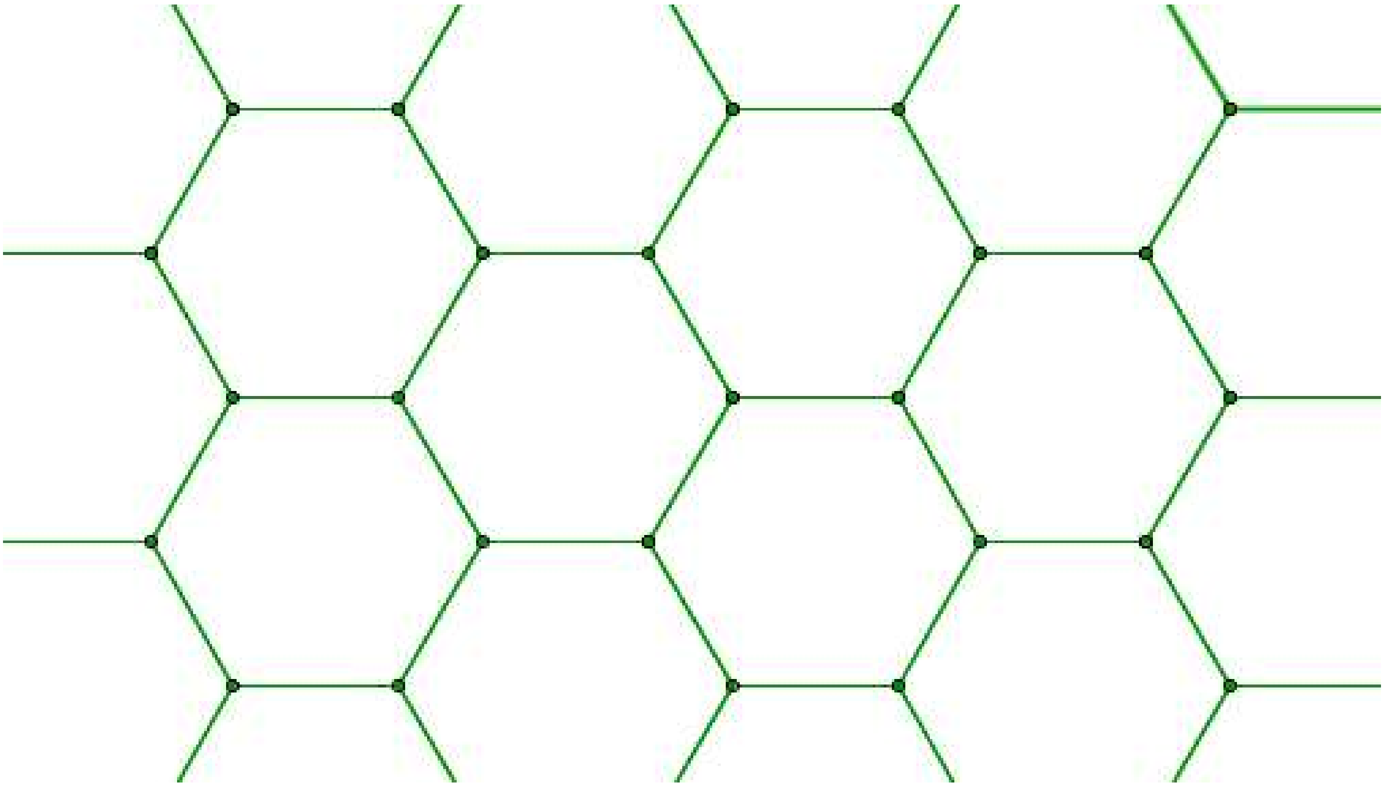
Dalle formule precedenti si può ricavare che il numero fisso dell'esagono è $f = \frac{\sqrt{3}}{2}$, e che la costante d'area è $\varphi = \frac{3\sqrt{3}}{2}$.

Inoltre, valgono le seguenti proprietà:

- il raggio della circonferenza circoscritta all'esagono è congruente al suo lato;
- le 3 diagonali che congiungono vertici diametralmente opposti dell'esagono lo dividono in 6 triangoli equilateri congruenti.



- è possibile ricoprire il piano con esagoni tutti congruenti fra loro (senza lasciare “buchi”). Gli unici altri poligoni regolari con questa proprietà sono il triangolo equilatero e il quadrato.



Revisione scientifica a cura di Marco Guglielmino

VAI ALLA PROSSIMA LEZIONE 30

Testo su Geometria euclidea

Relatori