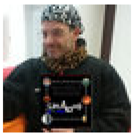
RISORSE DIDATTICHE.



【ResearchGate Project】 *By … 0000-0001-5086-7401 & lnkd.in/erZ48tm*

LEZIONE 7

L'approssimazione

Supponiamo di dividere 10 € tra 3 persone. Il quoziente è il numero periodico 3,333..., ma la nostra moneta non ha millesimi o tagli ancora più piccoli, quindi dobbiamo arrestarci a 2 cifre decimali, cioè ai centesimi. Diciamo che il numero deve essere **approssimato**.

> Si chiama **approssimazione** di un numero il procedimento che permette di scrivere un altro numero che sia "vicino" a quello dato e che abbia il numero di cifre decimali desiderato.

Il numero di cifre decimali desiderato si chiama **grado di approssimazione**. Se il grado di approssimazione è n, si parla di **approssimazione a *n* cifre decimali**.
Si dice approssimare alle unità, ai decimi, ai centesimi o ai millesimi se si considerano rispettivamente nessuna, una, due o tre cifre decimali nella scrittura del numero approssimato.
I metodi per approssimare un numero sono due: per **troncamento** e per **arrotondamento**.

Per approssimare un numero per **troncamento** si procede così:
- stabiliamo il grado di approssimazione;
- poniamo uguali a 0 tutte le cifre successive.

Per effettuare un'approssimazione per **arrotondamento**:
- stabiliamo il grado di approssimazione;
- se la prima cifra da escludere è **minore di 5**, riscriviamo il numero con le cifre decimali desiderate e poniamo uguali a 0 tutte le altre;
- se la prima cifra da escludere è **maggiore oppure uguale a 5**, aumentiamo di 1 l'ultima cifra che vogliamo lasciare e poniamo uguali a 0 le successive.

Consideriamo gli esempi nella seguente tabella.

Numero iniziale	Grado di approssimazione	Troncamento	Arrotondamento	Considerazioni sull'arrotondamento
1,46252	Ai decimi	1,4	1,5	1,5 > 1,46252 per cui il valore è detto arrotondato **per eccesso**
1,46252	Ai centesimi	1,46	1,46	1,46 < 1,46252 per cui il valore è detto arrotondato **per difetto**
1,46252	Ai millesimi	1,462	1,463	1,463 > 1,46252 per cui il valore è detto arrotondato **per eccesso**

Osservando le approssimazioni in tabella si nota che:
- **il troncamento produce sempre un'approssimazione per difetto;**
- **l'arrotondamento può produrre sia un'approssimazione per eccesso sia una per difetto.**

SVILUPPA LE TUE COMPETENZE

1 Approssima ai centesimi per troncamento e per arrotondamento il numero 5,758.
Troncamento: 5,75
Arrotondamento: 5,76

2 Completa le seguenti tabelle.

a.

9,56487	Ai decimi	Ai centesimi	Ai millesimi
Troncamento	9,5	9,56	9,564
Arrotondamento	9,6	9,56	9,565

b.

0,34918	Ai decimi	Ai centesimi	Ai millesimi
Troncamento	0,3	0,34	0,349
Arrotondamento	0,3	0,35	0,349

3 Scrivi a fianco a ogni numero il suo troncamento alla terza cifra decimale. Poi disponi in ordine crescente i valori troncati, scrivendo i corrispondenti ordinali nei quadrati a fianco.

2° 12,3478 → troncato → 12,347
1° 12,3467 → troncato → 12,346
3° 122,4668 → troncato → 122,466
4° 122,4678 → troncato → 122,467

4 Scrivi a fianco di ogni numero il suo arrotondamento alla terza cifra decimale.
Poi disponi in ordine crescente gli arrotondamenti, scrivendo i corrispondenti ordinali nei quadrati a fianco.

3° 64,7899 → arrotondato → 64,79
4° 64,79061 → arrotondato → 64,791
1° 64,78759 → arrotondato → 64,788
2° 64,78900 → arrotondato → 64,789

5 Risolvi il seguente quesito.

6 Una confezione di gelati costa 4 € e ne contiene 6 che possono essere venduti anche singolarmente.

a. Quale sarebbe il prezzo di ogni gelato? 0,666... €

b. Se un negoziante vuole fare in modo di guadagnare il più possibile vendendo i gelati singolarmente, quale metodo di approssimazione deve usare? Arrotondamento a 0,67 €.

c. Quale sarà in questo caso il guadagno su un'intera confezione? 0,02 €

L'errore nelle approssimazioni

Ogni volta che eseguiamo un'approssimazione commettiamo un **errore**. Questo è uguale:

- alla differenza tra il numero dato e l'approssimazione, se l'approssimazione è per difetto;
- alla differenza tra l'approssimazione e il numero dato, se l'approssimazione è per eccesso.

ESEMPIO

- L'errore commesso troncando a due cifre decimali il numero 3,4567 è 3,4567 – 3,45 = **0,0067**
- L'errore commesso arrotondando a due cifre decimali il numero 3,4567 è 3,46 – 3,4567 = **0,0033**

Possiamo sapere prima quale sarà l'errore che commettiamo approssimando un numero? Per rispondere a questa domanda, osserviamo che cosa succede in alcune approssimazioni.

- 1,46212 arrotondato ai decimi: **1,5** → Errore: 1,5 – 1,46212 = 0,03788 **< 0,1**
- 1,46212 arrotondato ai centesimi: **1,46** → Errore: 1,46212 – 1,46 = 0,00212 **< 0,01**
- 1,46212 arrotondato ai millesimi: **1,462** → Errore: 1,46212 – 1,462 = 0,00012 **< 0,001**

Vediamo che l'errore ottenuto usando l'**arrotondamento** è minore di 0,1 se approssimiamo ai decimi, minore di 0,01 se approssimiamo ai centesimi, minore di 0,001 se approssimiamo ai millesimi e così via.

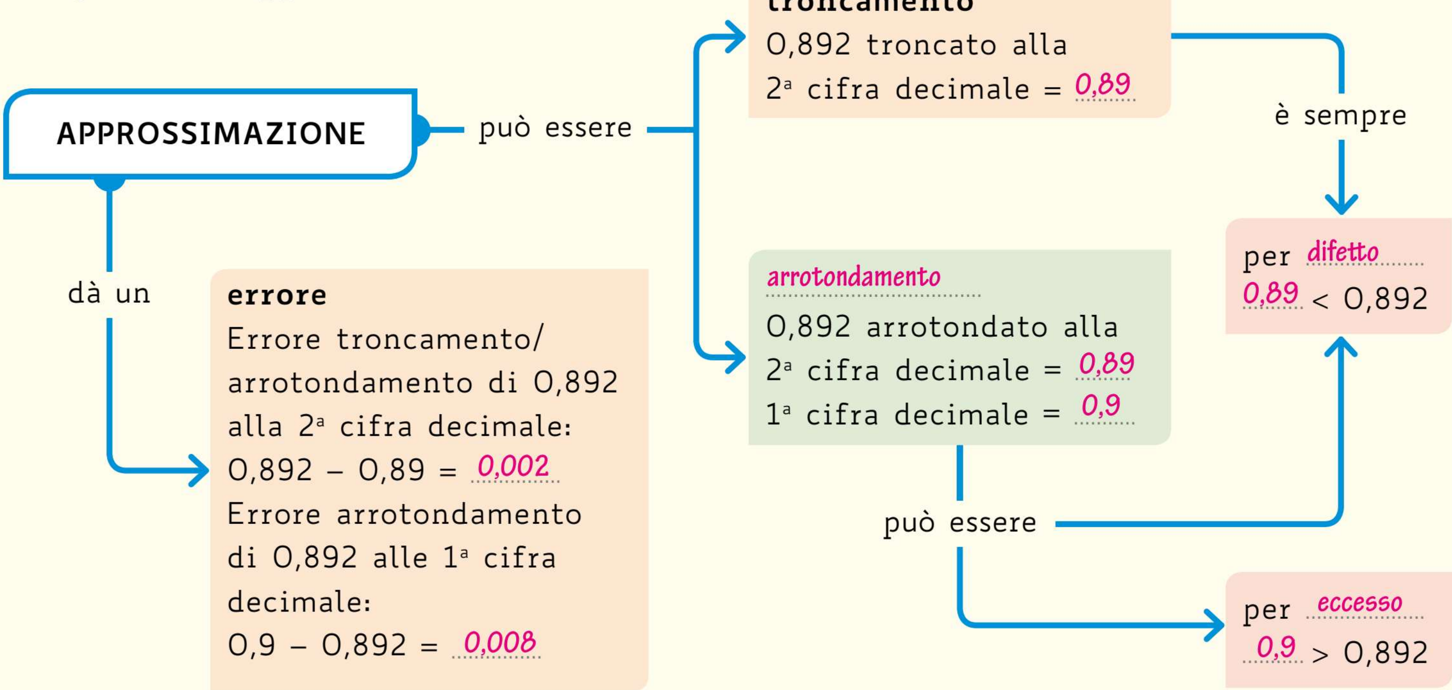
Succede la stessa cosa con il **troncamento**.

- 1,46212 troncato ai decimi: **1,4** → Errore: 1,46212 – 1,4 = 0,06212 **< 0,1**
- 1,46212 troncato ai centesimi: **1,46** → Errore: 1,46212 – 1,46 = 0,00212 **< 0,01**
- 1,46212 troncato ai millesimi: **1,462** → Errore: 1,46212 – 1,462 = 0,00012 **< 0,001**

Confrontando negli esempi il valore ai decimi dell'errore dell'arrotondamento (0,03788) e del troncamento (0,06212) di uno stesso numero, si osserva che **il troncamento produce un errore maggiore**.
Per questo motivo è sempre preferibile arrotondare rispetto a troncare.

RIORDINA LE IDEE

Completa la mappa.



SVILUPPA LE TUE COMPETENZE

1 Considera il numero 5,758.

a. Qual è l'errore commesso approssimando ai centesimi per troncamento e per arrotondamento?
Errore troncamento: 5,758 – 5,75 = 0,008.
Errore arrotondamento: 5,76 – 5,758 = 0,002.

b. Qual è l'errore di approssimazione maggiore? L'errore di troncamento.

c. Approssima ai decimi per eccesso: 5,8.
Che tipo di approssimazione hai effettuato? Arrotondamento.

2 Associa a ciascun numero l'errore che si commette quando lo si arrotonda a due cifre decimali.

Numeri	**Errori**
0,935	0,0011
1,1179	0,0019
9,6689	0,005
3,1119	0,0021

3 In una gara di salto in lungo, per stabilire la lunghezza della media dei salti di ciascun atleta è necessario sommare tra loro le misure di ciascun salto effettuato e dividere la somma ottenuta per il numero di salti. Si tronca infine il numero alla prima cifra decimale. Seguendo questa regola quale concorrente ha la media maggiore? Quanto misura? Martha; 5,8 m.

	Barbara	Giulia	Martha
1° salto	5,26 m	4,15 m	6,08 m
2° salto	6,10 m	5,30 m	5,25 m
3° salto	6,01 m	6,27 m	6,13 m

4 Un distributore di carburante espone i suoi prezzi, che sono quelli in figura. Claudio fa il pieno di 43 L di benzina. Dal momento che il prezzo va pagato usando solo fino ai centesimi di euro, il benzinaio deve approssimare.

a. Può farlo in modo da guadagnare di più? Sì, se arrotonda ai centesimi.

b. Se sì, quanto farà pagare il pieno a Claudio? 74,48 €

5 Tre compagne di classe stanno parlando dell'approssimazione di un numero.
Chi ha ragione? Laura.


LAURA

Se approssimo un numero troncandolo, di sicuro lo approssimo per difetto.


ARIANNA

Non è vero, approssimo di sicuro per difetto solo quando uso l'arrotondamento.

Il fatto che un numero sia approssimato per eccesso o per difetto non dipende assolutamente dal tipo di approssimazione effettuata.


ASIA

TRONCAMENTO E ARROTONDAMENTO

APPROSSIMAZIONE DI UN NUMERO DECIMALE AVVIENE PER → DIFETTO

ECCESSO

3,42637

L'APPROSSIMAZIONE RIGUARDA

	RISPETTO ALLE UNITA'	RISPETTO AI DECIMI **0,1**	RISPETTO AI CENTESIMI **0,01**	RISPETTO AI MILLESIMI **0,001**
DIFETTO	3,~~42637~~	3,4~~2637~~	3,42~~637~~	3,426~~37~~
		+	+	+
ECCESSO	4	3,$\boxed{5}$	3,4$\boxed{3}$	3,42$\boxed{7}$

MODALITA' DI APPROSSIMAZIONE

TRONCAMENTO

Si considerano le cifre che si vogliono considerare

Si sopprimono quelle a destra

3,4~~2637~~

ARROTONDAMENTO

Si considerano le cifre che si vogliono considerare

Si sopprimono quelle a destra

SECONDO TALE CRITERIO

TRONCAMENTO E ARROTONDAMENTO

ARROTONDAMENTO

Si considerano le cifre che si vogliono considerare

Si sopprimono quelle a destra

SECONDO TALE CRITERIO

3,46~~637~~

Se la cifra che segue quella che si vuole mantenere

$6 \geq 5 \longrightarrow 3,5$

Si aumenta di 1 unità LA CIFRA DA MANTENERE

3,44~~637~~

Se la cifra che segue quella che si vuole mantenere

$4 < 5 \longrightarrow 3,4$

Si tiene cos' com'è LA CIFRA DA MANTENERE

TRONCAMENTO E ARROTONDAMENTO

ARROTONDAMENTO

6,5273

	TRONCAMENTO	ARROTONDAMENTO	PERCHE'	
Alle UNITA'	6	7	6,5273	Dopo il 6 c'è un 5
Ai DECIMI	6,5	6,5	6,5273	Dopo il 5 c'è un 2
Ai CENTESIMI	6,52	6,53	6,5273	Dopo il 2 c'è un 7
Ai MILLESIMI	6,527	6,527	6,5273	Dopo il 7 c'è un 3

ERRORE DI APPROSSIMAZIONE

Quando si considera un valore approssimato

Al posto di quello esatto

6,53

6,5273

Si commette un errore di approssimazione

$$e = (\underbrace{6{,}53}_{\text{valore approssimato}} - \underbrace{6{,}5273}_{\text{valore esatto}}) = 0{,}0027$$

APPROSSIMAZIONE E ARROTONDAMENTO

2,5 km
È PIÙ FACILMENTE COMPRENSIBILE RISPETTO A
2,5012 km

SCELGO UN NUMERO FORMATO DA POCHE CIFRE DECIMALI PER RENDERE PIÙ COMPRENSIBILE UN NUMERO CON MOLTE CIFRE DECIMALI

APPROSSIMAZIONE

CONSERVO ALCUNE CIFRE E SOPPRIMO QUELLE SITUATE A DESTRA

LE APPROSSIMAZIONI SUCCESSIVE DEL NUMERO 3,7837 SONO

3 (ALLE UNITÀ) 3,7 (AI DECIMI)
3,78 (AI CENTESIMI) 3,783 (AI MILLESIMI)

ARROTONDAMENTO

CONSERVO ALCUNE CIFRE E SOPPRIMO QUELLE SITUATE A DESTRA IN BASE AL SEGUENTE CRITERIO:

→ SE LA CIFRA CHE SEGUE QUELLA DA MANTENERE È UGUALE O MAGGIORE DI 5 AUMENTO DI UN'UNITÀ LA CIFRA DA MANTENERE

→ SE LA CIFRA CHE SEGUE QUELLA DA MANTENERE È MINORE DI 5, SI CONSIDERA LA CIFRA COSÌ COME È

L'ARROTONDAMENTO DEL NUMERO 3,7837 È

4 (ALLE UNITÀ) 3,8 (AI DECIMI)
3,78 (AI CENTESIMI) 3,784 (AI MILLESIMI)

È IMPORTANTE ASSOCIARE NUMERI DECIMALI E FRAZIONI!

NEL LINGUAGGIO COMUNE SI USANO FREQUENTEMENTE ESPRESSIONI DEL TIPO:

$\frac{1}{2}$ LITRO	$\frac{1}{4}$ LITRO	$\frac{1}{3}$ LITRO
↕	↕	↕
0,5 LITRI	0,25 LITRI	0,3333... LITRI

LEZIONE COMPLETA ARROTONDAMENTO APPROSSIMAZIONE

COSA VUOL DIRE APPROSSIMARE

Prima di cominciare con gli esempi numerici è meglio spiegare cosa si intende per approssimazione. Approssimare un numero vuol dire sostituirlo con un altro che è meno preciso del primo, ma che risulta più comodo. Per esempio per Natale un possibile regalo è una console per giocare a Minecraft. Hai controllato il prezzo e hai visto che costa 399,99 €. Questo numero si può approssimare dicendo che la console costa circa 400 €, evitando di dire anche i centesimi.

399,99 € ≈ 400 €

400 € non è il suo prezzo reale. Il prezzo reale è 399,99 €. Ma in pratica la console costa 400 €. Il primo prezzo è più preciso, più accurato, ma nella realtà delle cose si andranno a spendere 400€ (un centesimo fa poca differenza).

APPROSSIMARE I NUMERI DECIMALI

ESEMPIO 1

Cerchiamo di capire come si approssimano i numeri decimali. Facciamo un esempio. Tre amici: Eleonora, Andrea e Ilenia decidono di preparare le crepes per la festa della scuola.

Vanno a fare la spesa e ognuno di loro mette 5 €. Quindi hanno in totale 15 €. Comprano tutti gli ingredienti e spendono 10,37. La cassiera dà loro 4,63 € di resto.

$5 + 5 + 5 = 15$ € disponibili

Spesi $10,37$ €

Rimanenti:

$15 - 10{,}37 = \underline{4{,}63 \text{ €}}$

Devono dividersi il resto in parti uguali. Ilenia prende la calcolatrice ed esegue la divisione:

4,63 : 3 = 1,543333333333333

Il risultato è un numero decimale periodico

Il numero ottenuto da Ilenia ha un sacco di cifre decimali (in realtà sono illimitate), ma le monete dell'euro arrivano ai centesimi. Quindi si trovano a dover arrotondare il risultato dato dalla calcolatrice ai centesimi.

1,543333333333333 ≈ 1,54

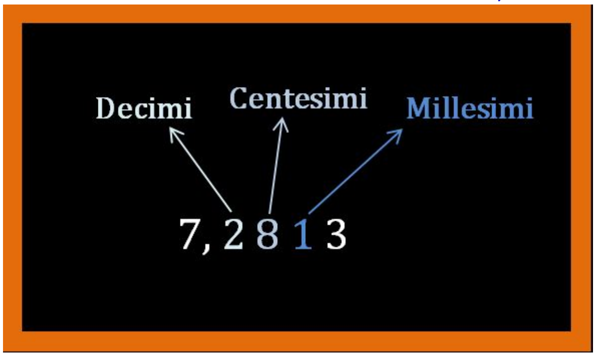
Ognuno di loro avrà come resto 1,54 centesimi di euro. Cerchiamo di capire come si arriva a questo risultato.
Il simbolo ≈ si legge *approssimato* oppure *circa uguale* oppure *quasi uguale* ed è uno dei simboli che viene usato quando si approssima, gli altri simboli sono: **(~)** oppure **(≅)** quindi uno vale l'altro. Io ti consiglio di usare quello che usa la tua prof**.**

IL SIMBOLO ≅ IN ITALIA E NEL MONDO

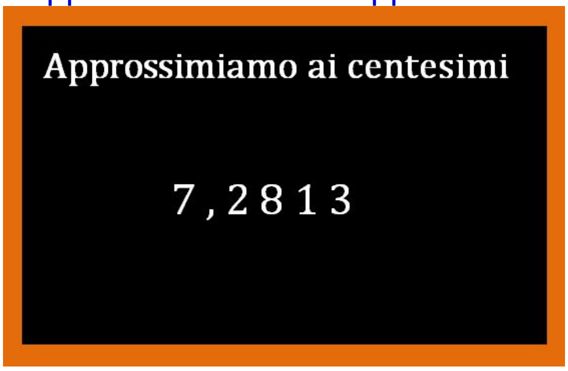
In Italia il simbolo ≅ è usato a volte per indicare la *congruenza geometrica,* cioè per indicare che due poligoni o due angoli sono congruenti, cioè sovrapponibili, in parole povere uguali (ma alcuni prof a queste definizioni ci tengono). Questo uso può generare confusione, infatti a livello internazionale invece il simbolo ≅ vuol dire "*approximately equal to",* che tradotto sarebbe "*approssimativamente uguale a*". Ti ripeto, il mio consiglio è di usare la simbologia che usa la tua prof, però è bene sapere qual è la situazione nella su totalità.

ESEMPIO 2

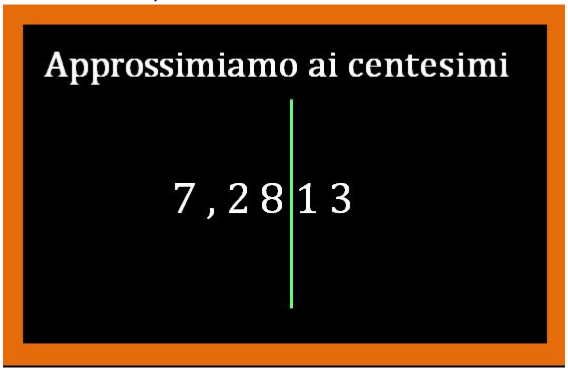
Supponiamo di dover arrotondare il numero 7,2813. Non possiamo cominciare a svolgere l'esercizio perché ci serve un'altra informazione. Dobbiamo sapere se lo dobbiamo arrotondare ai decimi, ai centesimi oppure ai millesimi.



Supponiamo di volere approssimare ai centesimi.

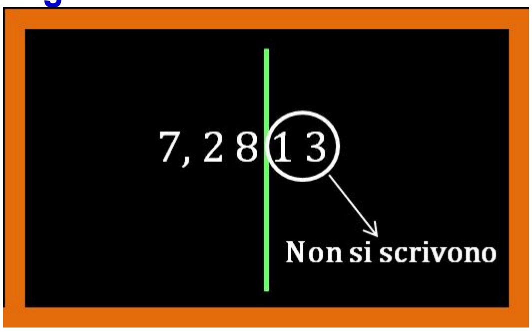


La prima cosa da fare è tracciare una linea subito dopo la cifra che indica i centesimi, nel nostro caso l'8.



Adesso bisogna guardare la prima cifra dopo la linea che abbiamo tracciato. Dobbiamo guardare **solo** la prima cifra dopo la linea. Nel nostro caso dopo la linea c'è il numero 1.

La regola dice che:
Se **la prima cifra che segue l'ordine di grandezza a cui vogliamo approssimare (la linea verde) è compresa tra 0 e 4 allora tutte le cifre che seguono la linea si eliminano e**



Le cifre prima della linea invece si riscrivono.

Per cui il risultato che stavamo cercando è:

7,2813 ≅ 7,28 approssimato ai centesimi

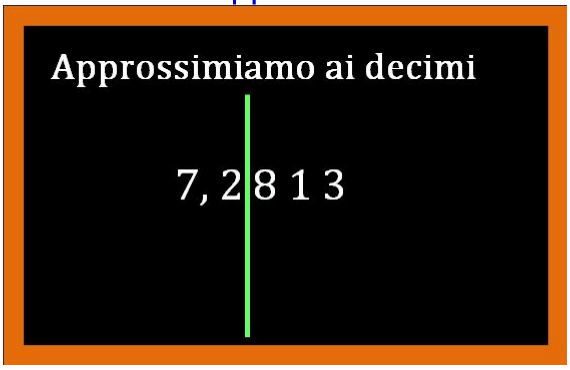
Approssimare ai centesimi vuol dire che l'ultima cifra che troviamo nel numero approssimato saranno proprio i centesimi. Questo tipo di approssimazione si chiama **per difetto** perché il numero approssimato è **più piccolo** del numero di partenza.

7,28 < 7,2813

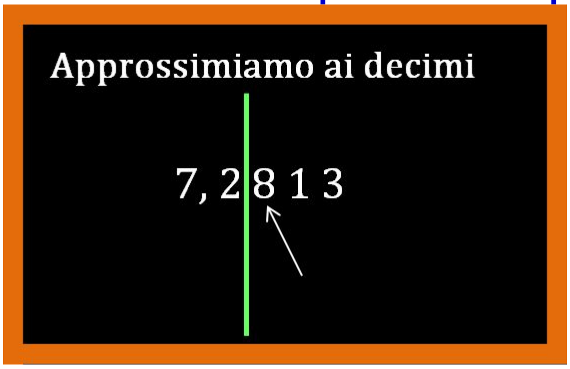
È normale se all'inizio le cose ti sembrano complicate. Non arrenderti. Abbiamo cominciato tutti così.
Andiamo avanti con un altro esempio.

ESEMPIO 3

Un altro esempio per capire **come si approssimano i numeri decimali**.
Approssimiamo sempre 7,2813, però questa volta ai decimi. La prima cosa da fare è tracciare una linea dopo la cifra che rappresenta i decimi. Nel nostro caso i decimi sono rappresentati dal numero 2. Allora tracciamo una linea dopo il 2.

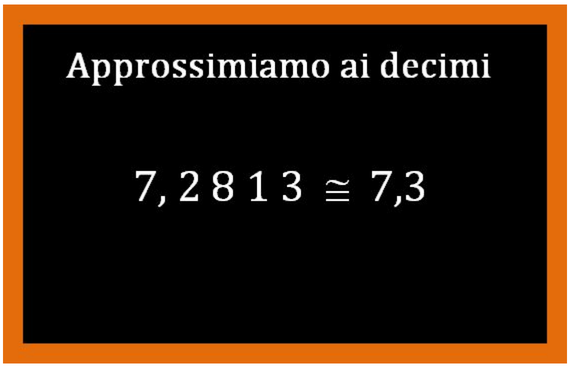


Guardiamo solo la prima cifra dopo la linea. Abbiamo il numero 8.



La regola dice che
Se il numero che segue la linea è compreso tra 5 e 9, i numeri dopo la linea non si scrivono e il numero prima della linea va aumentato di 1.

Otteniamo quindi 7,3



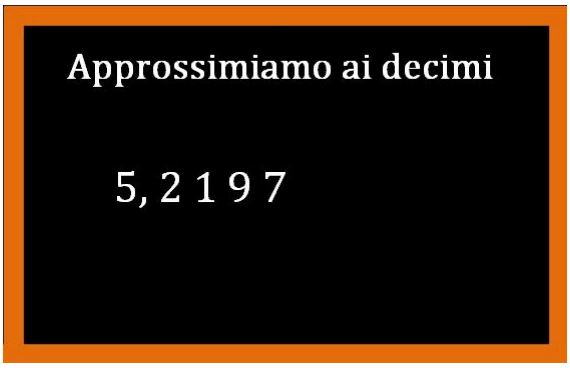
Questo tipo di approssimazione è chiamata approssimazione **per eccesso** perché il numero che otteniamo è più grande del numero da cui siamo partiti.

7,3 > 7,2813

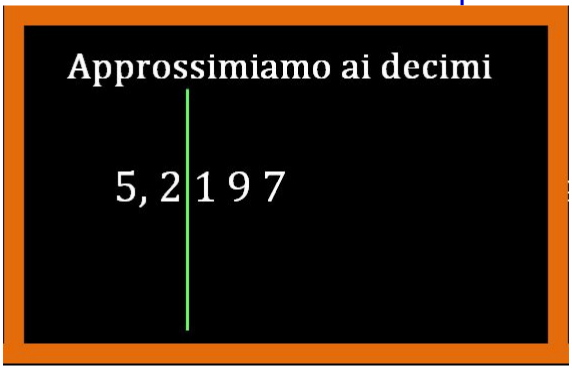
ESEMPIO 4

Continuiamo a fare alcuni esempi per capire come si approssimano i numeri decimali. Possiamo aiutarci con un orologio un po' particolare, in cui non ci sono lancette e al posto delle ore si trovano i numeri da 0 a 9.

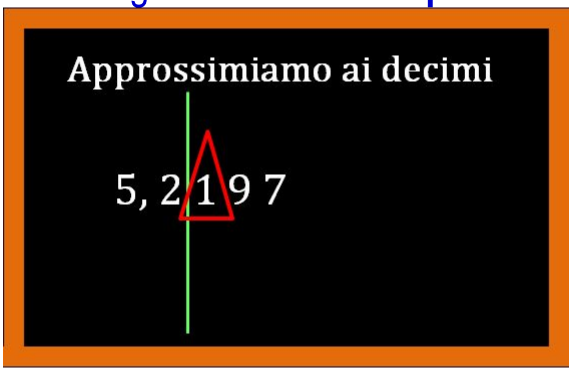
Approssimiamo ai decimi il numero 5,2197



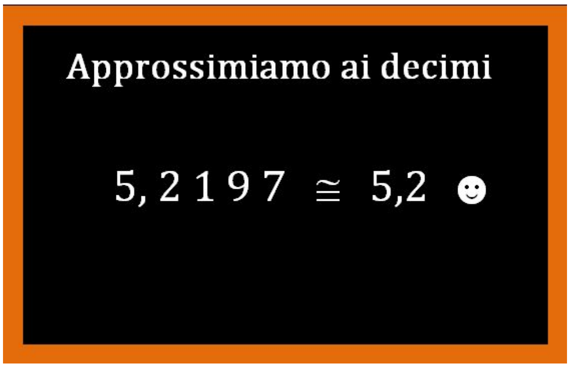
Nel numero alla lavagna, i decimi sono rappresentati dal numero 2. Quindi tracciamo una linea subito dopo il numero 2.



Adesso guardiamo **solo la prima cifra dopo la linea**. È il numero 1.

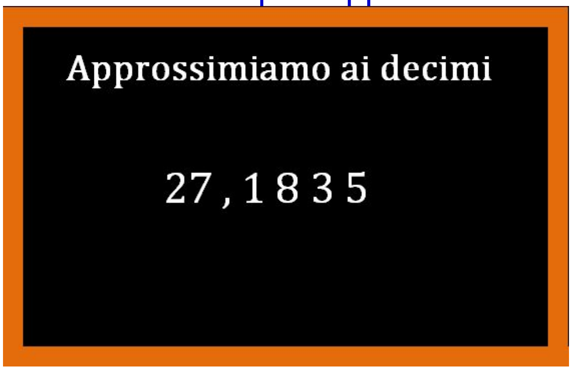


È qui la chiave di tutto. Quello che decide l'approssimazione è la prima cifra dopo la linea che abbiamo tracciato. Se andiamo a riguardare il nostro particolare orologio vediamo che se abbiamo il numero 1 dobbiamo approssimare **per difetto**, questo vuol dire che tutti i numeri dopo la linea non si scrivono e quelli prima della linea si riscrivono così come sono.

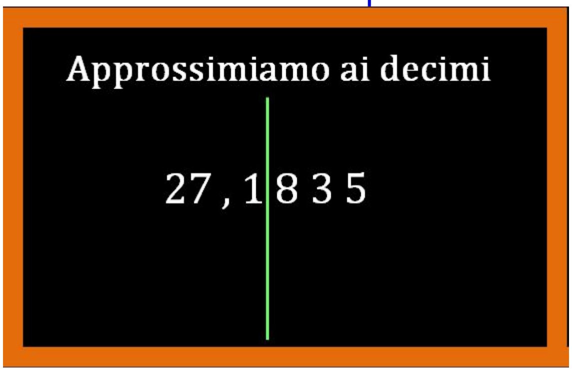


ESEMPIO 5

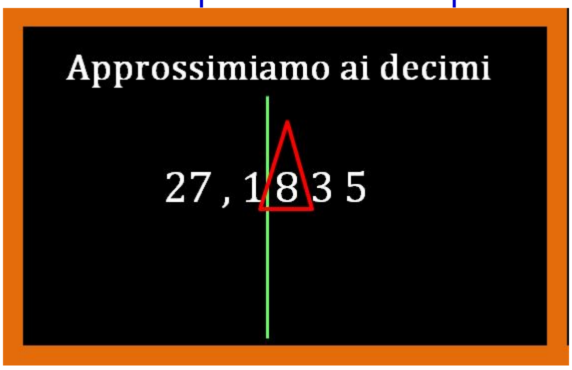
Ancora un esempio. Approssimiamo il numero 27,1835 ai decimi.



Tracciamo una linea dopo i decimi.

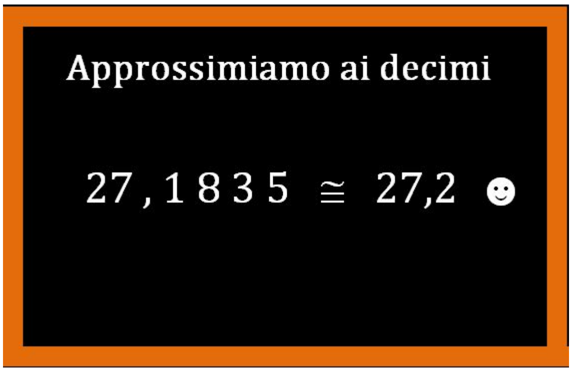


Guardiamo quale cifra c'è dopo la linea che abbiamo tracciato.



C'è il numero 8. Si decide tutto qua. Andiamo a guardare l'orologio delle approssimazioni.

Dato che abbiamo il numero 8, dobbiamo approssimare per eccesso. Questo vuol dire che non scriviamo i numeri dopo la linea e la cifra prima della linea va aumentata di 1.



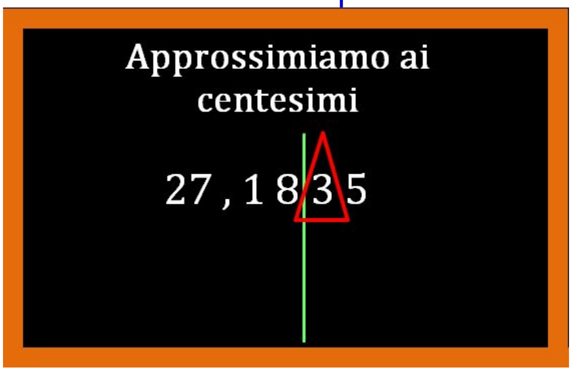
Il risultato che stavamo cercando è 27,2.

ESEMPIO 6

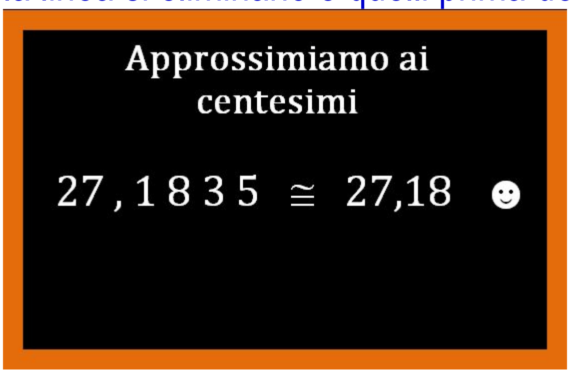
Approssimiamo lo stesso numero dell’esempio precedente ai centesimi.

Tracciamo una linea dopo la cifra che rappresenta i centesimi.

Guardiamo la cifra dopo la linea che abbiamo tracciato.



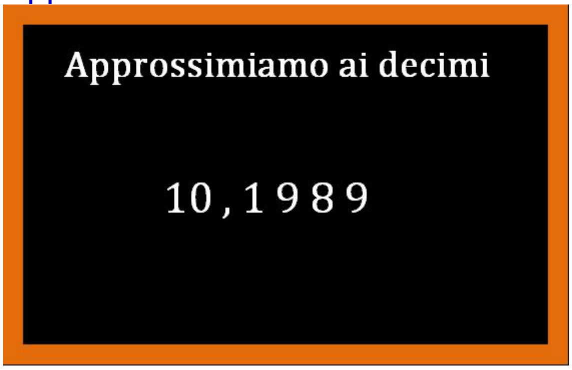
Riguardiamo l’orologio delle approssimazioni. Siccome dopo la linea abbiamo un 3, allora dobbiamo approssimare per difetto. Questo vuol dire che i numero dopo la linea si eliminano e quelli prima della linea si riscrivono così come sono.



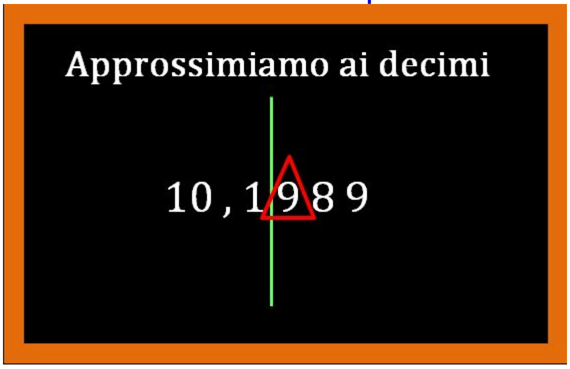
Il risultato che stavamo cercando è 27, 18.

ESEMPIO 7

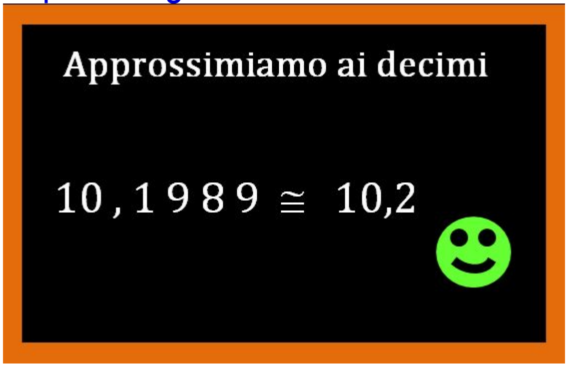
Approssimiamo ai decimi il numero 10,1989



Seguiamo gli stessi passaggi che abbiamo eseguito negli eserici precedenti. Tracciamo una linea dopo i decimi e guardiamo la cifra che c'è dopo la linea.



Abbiamo il numero 9. Se andiamo a guardare lo schema (l'orologio delle approssimazioni) ci rendiamo conto che dobbiamo approssimare per eccesso. Questo vuol dire che il numero prima della virgola va aumentato di 1 e le cifre dopo la virgola non si scrivono.

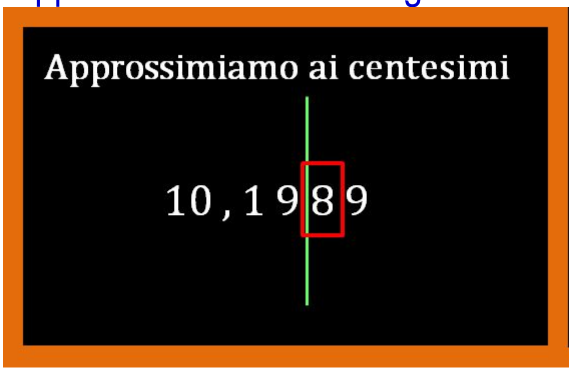


Il risultato che stavamo cercando è 10,2.

ESEMPIO 8

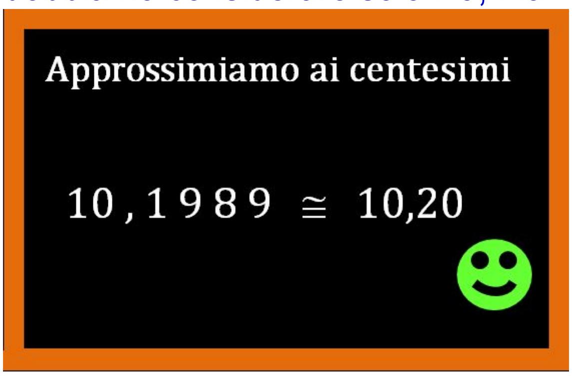
Approssimiamo ai centesimi lo stesso numero dell’esempio 7

Procediamo allo stesso modo. Tracciamo una linea dopo il numero che rappresenta i centesimi e guardiamo solo la prima cifra dopo la linea.



Dopo la linea abbiamo il numero 8, questo vuol dire che dobbiamo approssimare per eccesso. Le cifre dopo la linea non si scrivono. La cifra prima della linea si aumenta di 1.

Attenzione in questo esercizio. Dobbiamo aumentare il numero 9 di 1. So cosa stai pensando: ” 9 + 1 = 10 “. Ma non possiamo scrivere 10. In questo caso non dobbiamo considerare solo il 9, ma il 19. Quindi l’approssimazione è così:



Sappiamo che gli zeri come ultima cifra dopo la virgola non hanno valore, quindi possiamo non scriverli:

10,20 = 10,2

Questo è il risultato che stavamo cercando.

ESERCIZI

Adesso possiedi tutti gli strumenti necessari per approssimare correttamente i numeri decimali. Se vuoi, puoi metterti alla prova con gli esercizi che trovi nella tabella sotto per verificare se hai capito come si approssimano i numeri decimali. Non avere premura, lavora con calma e ragiona prima di scrivere.

	Approssimazione ai		
	Decimi	Centesimi	Millesimi
4,9927			
3,8525			
0,9193			
1,2551			
5,5505			

SOLUZIONI

	Approssimazione ai		
	Decimi	Centesimi	Millesimi
4,9927	5,0	4,99	4,993
3,8525	3,9	3,85	3,853
0,9193	1,0	0,92	0,919
1,2551	1,3	1,26	1,255
5,5505	6,0	5,55	5,551

Se vuoi puoi eseguire gli esercizi che vedi in basso. Lavora con calma e ragiona prima di rispondere. Non è una gara di velocità.

APPROSSIMAZIONE DI NUMERI DECIMALI – ESERCIZI

1) APPROSSIMA I SEGUENTI NUMERI DECIMALI AI CENTESIMI.

A. 2,591 ……………..

B. 19,264 ……………

C. 84,3282 …………

D. 8,2991 ……………

E. 0,746 …………..

F. 0,9989 ……….

G. 2,1201 ……….

H. 9,999 …………

2) SCEGLI TRA LE 4 POSSIBILITÀ, QUELLA ESATTA, SE PRESENTE.
ALTRIMENTI SCRIVI L'APPROSSIMAZIONE CORRETTA

A. 5,251 APPROSSIMATO AI DECIMI
- 5,2 • 5,3 • 5,25 • 5,26 ……….

B. 0,191 APPROSSIMATO AI DECIMI
- 0,1 • 0,2 • 0,10 • 0,20 ……….

C. 0,191 APPROSSIMATO AI CENTESIMI
- 0,18 • 0,20 • 0,21 • 0,019 ……….

D. 7,01094 APPROSSIMATO AI MILLESIMI
- 7,01094 • 7,0109 • 7,015 • 7,011 ……….

E. 5,09 APPROSSIMATO AI DECIMI
- 5,10 • 5,2 • 5 • 5,9 ……….